

**Volume 34, 2012**

**Editores**

**Cassio Machiaveli Oishi**

Universidade Estadual Paulista - UNESP  
Presidente Prudente, SP, Brasil

**Fernando Rodrigo Rafaeli**

Universidade Estadual Paulista - UNESP  
São José do Rio Preto, SP, Brasil

**Rosana Sueli da Motta Jafelice (Editor Chefe)**

Universidade Federal de Uberlândia - UFU  
Uberlândia, MG, Brasil

**Rubens de Figueiredo Camargo**

Universidade Estadual Paulista - UNESP  
Bauru, SP, Brasil

**Sezimária de Fátima P. Saramago**

Universidade Federal de Uberlândia - UFU  
Uberlândia, MG, Brasil

**Vanessa Avansini Botta Pirani (Editor Adjunto)**

Universidade Estadual Paulista - UNESP  
Presidente Prudente, SP, Brasil



A Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional - SBMAC publica, desde as primeiras edições do evento, monografias dos cursos que são ministrados nos CNMAC.

Para a comemoração dos 25 anos da SBMAC, que ocorreu durante o XXVI CNMAC em 2003, foi criada a série **Notas em Matemática Aplicada** para publicar as monografias dos minicursos ministrados nos CNMAC, o que permaneceu até o XXXIII CNMAC em 2010.

A partir de 2011, a série passa a publicar, também, livros nas áreas de interesse da SBMAC. Os autores que submeterem textos à série Notas em Matemática Aplicada devem estar cientes de que poderão ser convidados a ministrarem minicursos nos eventos patrocinados pela SBMAC, em especial nos CNMAC, sobre assunto a que se refere o texto.

O livro deve ser preparado em **Latex (compatível com o Miktex versão 2.7)**, as **figuras em eps** e deve ter entre **80 e 150 páginas**. O texto deve ser redigido de forma clara, acompanhado de uma excelente revisão bibliográfica e de **exercícios de verificação de aprendizagem** ao final de cada capítulo.

Veja todos os títulos publicados nesta série na página  
<http://www.sbmac.org.br/notas.php>

# MODELOS E SUSTENTABILIDADE NAS PAISAGENS ALAGÁVEIS AMAZÔNICAS

2ª edição

Maurício Vieira Kritz  
kritz@lncc.br

Laboratório Nacional de Computação Científica

Jaqueline Maria da Silva  
jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

Instituto de Ciência, Engenharia e Tecnologia  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Claudia Mazza Dias  
mazzaclaudia@gmail.com

Instituto Multidisciplinar  
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro



**Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional**

São Carlos - SP, Brasil  
2012

Coordenação Editorial: Elbert Einstein Nehrer Macau

Coordenação Editorial da Série: Rosana Sueli da Motta Jafelice

Editora: SBMAC

Capa: Matheus Botossi Trindade

Patrocínio: SBMAC

Copyright ©2012 by Maurício Vieira Kritz, Jaqueline Maria da Silva e Claudia Mazza Dias.

Direitos reservados, 2012 pela SBMAC. A publicação nesta série não impede o autor de publicar parte ou a totalidade da obra por outra editora, em qualquer meio, desde que faça citação à edição original.

**Catálogo elaborado pela Biblioteca do IBILCE/UNESP  
Bibliotecária: Maria Luiza Fernandes Jardim Froner**

Kritz, Maurício V.

Modelos e Sustentabilidade nas Paisagens Alagáveis  
Amazônicas - São Carlos, SP : SBMAC, 2012, 107 p., 20.5 cm -  
(Notas em Matemática Aplicada; v. 34) - 2ª edição

e-ISBN 978-85-86883-67-5

1. Modelos Matemáticos
2. Modelos Computacionais
3. Sistemas Ambientais
4. Escoamento de Fluidos
5. Amazônia
6. Ecossistemas Inundáveis
7. Transdisciplinaridade

I. Kritz, Maurício Vieira. II. Silva, Jaqueline Maria da  
III. Dias, Claudia Mazza. IV. Título. V. Série

CDD - 51

Esta edição em formato e-book é uma edição revisada do livro original do mesmo título publicado em 2008 nesta mesma série pela SBMAC.

A todos aqueles que  
na poeira de suas salas,  
na lama das várzeas,  
ou no úmido agreste da floresta,  
forjaram o conhecimento  
que inspira esta obra:  
*Dedicamos o nosso apreço.*



# Agradecimentos

Queremos registrar aqui nossos agradecimentos à SBMAC pelo convite para submeter a proposta deste curso, particularmente a Nair Maria Maia de Abreu. Gostaríamos também de agradecer aos colegas que ajudaram a formar a Rede GEOMA (Rede Temática de Pesquisa em Modelagem Ambiental da Amazônia — <http://www.geoma.lncc.br>), que propiciou-nos a oportunidade de conhecer e trabalhar com pesquisadores ligados ao sistema ambiental amazônico, e outros mundos alheios ao nosso cotidiano, fonte de desafios e inspiração. Mais especificamente, gostaríamos de agradecer a todos os membros do grupo de Áreas Alagáveis e a nossos colaboradores mais próximos: E. Novo, M. T. F. Piedade, H. L. Queiroz, C. Barbosa, L. Bevilacqua, L.S. Borma, C. Carbonel, F.G. de Oliveira, D.H. Pastore, C. M. Rudorff, e J. Schöngart, a quem pedimos vênua por alguma referência faltosa. E ainda a Rede GEOMA, pelo apoio recebido através das bolsas de Jaqueline Maria da Silva e Claudia Mazza Dias.

Agradecemos a todos aqueles que, no desenvolvimento deste trabalho, contribuíram de diferentes formas para a sua realização. Em especial, a alguns de nossos leitores iniciais: D. Alves, I.U. Cavalcanti, J.C.L.R. Eiras, M. Trindade dos Santos. Quaisquer imprecisões ou erros restantes no texto são, contudo, de nossa inteira responsabilidade.

Finalmente, agradecemos às nossas famílias pelo apoio e compreensão.



# Conteúdo

<b>Prefácio</b>	<b>11</b>
<b>1 Modelagem de Sistemas Ambientais I</b>	<b>15</b>
1.1 Modelos . . . . .	16
1.2 Simplificações . . . . .	19
1.3 Biologia e Organizações . . . . .	22
1.4 Sistemas e Modelos . . . . .	26
1.5 Sustentabilidade . . . . .	27
Exercícios . . . . .	29
<b>2 Ecossistemas, Ecólogos e Matemáticos</b>	<b>33</b>
2.1 Introdução . . . . .	33
2.2 Ecologia e Matemática . . . . .	34
2.3 Duas Visões . . . . .	37
2.4 Conexões . . . . .	41
Exercícios . . . . .	43
<b>3 A Paisagem Amazônica</b>	<b>45</b>
3.1 Introdução . . . . .	45
3.2 Amazônia . . . . .	47
3.3 As Áreas Alagáveis . . . . .	50
Exercícios . . . . .	53
<b>4 O Escoamento através da Floresta</b>	<b>55</b>
4.1 Introdução . . . . .	55
4.2 Modelo Conceitual . . . . .	56

4.3	Modelo Matemático . . . . .	57
4.4	Modelo Numérico . . . . .	60
4.5	Escoamento Através dos Troncos . . . . .	63
	Exercícios . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Interação Homem-Natureza</b>	<b>71</b>
5.1	Introdução . . . . .	71
5.2	A Reserva de Desenvolvimento Sustentável Mamirauá .	71
	5.2.1 Os Aspectos Humanos . . . . .	73
	5.2.2 Os efeitos da inundação nas árvores . . . . .	75
	5.2.3 A população das árvores . . . . .	77
5.3	Um modelo simples . . . . .	78
	5.3.1 Equações diferenciais para a dinâmica da ve-	
	getação . . . . .	79
	5.3.2 Evolução do número de troncos . . . . .	79
	5.3.3 Evolução da biomassa . . . . .	80
	5.3.4 Perdas por energia para respiração . . . . .	83
	5.3.5 Produção de sementes . . . . .	83
5.4	Aspectos Aleatórios . . . . .	84
	Exercícios . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Modelagem de Sistemas Ambientais</b>	<b>87</b>
6.1	Introdução . . . . .	87
6.2	Sistemas Ambientais . . . . .	88
6.3	Sobre as Disciplinas Envolvidas . . . . .	89
6.4	Modelagem de Sistemas Ambientais . . . . .	92
6.5	Ciência Ambiental . . . . .	93
	Exercícios . . . . .	95
	<b>Bibliografia</b>	<b>97</b>

# Prefácio

Cada vez mais o ambiente (clima, poluição, preservação, recursos naturais, etc.) está na ordem do dia de um debate mundial sobre o futuro da humanidade. Nele, os problemas ambientais, da paisagem amazônica em particular, ocupam lugar de destaque — tanto com relação à preservação da biodiversidade, como em relação à mudanças climáticas. Esta preocupação com a Amazônia resulta principalmente do desmatamento da floresta, impulsionado por pressões sócio-econômicas e demográficas envolvendo interesses conflitantes de parte à parte. Desmatamento este resultante de um *status quo* tecnológico que precisa ser repensado. Encontrar soluções, mesmo parciais, para problemas ambientais requer um significativo aumento de nosso conhecimento, tanto a respeito do comportamento do ambiente, como dos grupamentos humanos e suas interações (preferências, conflitos e negociações). Nosso propósito aqui é, de uma forma didática, apresentar um átimo da diversidade dos problemas matemático-computacionais associados à modelagem de sistemas ambientais, levantando a ponta dum véu de Ísis.

De um ponto de vista mais fundamental, os problemas amazônicos não diferem substancialmente de problemas ambientais em outras regiões do globo. As diferenças residem na enorme complexidade e extensão da paisagem amazônica, na intensa e veloz interação de seus subsistemas, nas dificuldades logísticas decorrentes da infra-estrutura existente e nas peculiaridades das relações sociais vigentes na região. Assim, as soluções e métodos que aqui apresentaremos, com exemplos tirados de nosso trabalho nas regiões alagáveis da paisagem amazônica, são inerentes à modelagem ambiental e válidas alhures, onde quer que

fenômenos similares ocorram.

Por outro lado, os problemas ambientais, tanto ao buscar ações corretivas quando perturbações ocorrem, quanto ao elaborar formas harmônicas e sustentáveis para interações entre humanidade e natureza, exigem, frequentemente, respostas rápidas para situações voláteis (imprevisivelmente mutáveis) onde nosso conhecimento é bastante precário — quer por dificuldades na obtenção de dados, quer devido à natureza intrínseca dos fenômenos envolvidos. A modelagem de sistemas ambientais, portanto, particularmente se voltada para apoio à tomada de decisões, propõe uma série de desafios metodológicos e matemático-computacionais que tem origem diversa; em parte por ser necessário representar a dinâmica das interações homem-natureza a médio e longo prazos, em parte porque alguns fatores a serem considerados na elaboração dos modelos, não apenas resultam de, mas são escolhas humanas. Algumas observações imprescindíveis nessa representação, particularmente quando derivadas de escolhas humanas, escapam à metodologia de observação científica, sem deixar de afetar profundamente os modelos, seu desenvolvimento e conclusões dele advindas. Além do mais, há o problema de retornar à sociedade o conhecimento obtido através da modelagem e das teorias a tempo de se corrigir rumos ou agir preventivamente, o que implica não apenas obter resultados em tempo hábil mas também apresentá-los de forma convincente e conveniente [1].

Apesar de, ao final deste texto, tecermos alguns comentários a respeito de como o processo de modelagem é afetado pelos agentes e fatores sociais intervenientes nos problemas ambientais, nosso objetivo aqui é bem mais modesto. Através de uns poucos exemplos, discutiremos como a complexidade inerente à paisagem amazônica, em especial nas regiões anualmente inundadas pelo pulso das águas, nos obriga a buscar novas formas de olhar e modelar fenômenos de origem puramente natural.

Para isso, falaremos um pouco de modelagem e sustentabilidade na introdução, estabelecendo um contexto e alguma notação. Retornaremos a estes tópicos ao final do texto para uma discussão mais sólida, usufruindo dos exemplos. Ainda estabelecendo um arcabouço, analisa-

remos no capítulo 2 a representação de sistemas ecológicos como vistos por ecólogos e matemáticos, com especial atenção para variações na estrutura desses sistemas. No capítulo 3, apresentaremos características e condições da paisagem amazônica e suas regiões alagáveis, relevantes para o desenvolvimento subsequente. O capítulo 4 será dedicado a problemas afetos ao escoamento das águas durante a cheia anual e o problema de escala associado. No capítulo 5 apresentaremos uma forma inovadora de representar a interação homem-natureza, e discutiremos como modelos tradicionais em Ecologia devem ser alterados para se coadunarem a essa formulação. No capítulo 6 retornaremos aos problemas metodológicos e de modelagem introduzidos pela modelagem ambiental e pelo manejo sustentável.

Petrópolis, outubro de 2011.  
Maurício Vieira Kritz  
Jaqueline Maria da Silva  
Claudia Mazza Dias



## Capítulo 1

# Modelagem de Sistemas Ambientais I

Ao considerarmos os problemas ambientais, dois fatores nos saltam aos olhos. Primeiro, a grande complexidade do mais simples dos ecossistemas — elementos fundamentais das paisagens que produzem ou onde residem recursos naturais necessários ao homem. Nas paisagens e seus ecossistemas podemos distinguir recursos que são gerados e regenerados por processos naturais e recursos que se encontram estocados de alguma forma em seus substratos. Esta distinção é basicamente de escala, tanto temporal como em relação a quantidades disponíveis, visto que, em última análise, tudo se altera no correr dos séculos.

Segundo, quando falamos de sustentabilidade, estamos sempre considerando um horizonte de longo prazo, não importando o que estejamos analisando. Décadas, no mínimo, séculos mais freqüentemente. Em particular quando se trata do uso de recursos naturais de forma a resguardar sua disponibilidade para gerações subseqüentes. Além disso, estamos interessados em sustentabilidade enquanto relacionada às interações entre seres humanos (em seus aspectos sociais) e a natureza; o que, visto planejarmos e tomarmos decisões, se caracteriza como manejo ou gestão sustentável.

Obter soluções sustentáveis, ou mesmo aproximá-las, envolve compreender não só a dinâmica da natureza mas também dos proces-

tos de produção e beneficiamento, particularmente os que empregam mais diretamente recursos naturais, e das relações humanas, que criam vínculos, cultos e regras que afetam nossa interação com a natureza. Neste capítulo inicial, tecemos algumas considerações sobre observação, representação, simplificação e sustentabilidade, necessárias à boa compreensão dos temas discutidos nos capítulos seguintes. Ao final, voltaremos a estes tópicos sob uma outra perspectiva.

## 1.1 Modelos

Modelos são representações simplificadas de algo, algum objeto, processo ou fenômeno, com um propósito bem definido. De forma análoga às operações aritméticas onde temos operandos, operador e resultado, a elaboração de modelos envolve o que será modelado, o modelador e o modelo resultante do processo de modelagem [4]. Contrariamente porém à simplicidade algorítmica das operações aritméticas, a elaboração de modelos requer decisões por parte do modelador sobre que aspectos do modelado serão representados no modelo e quão detalhada será esta representação (simplificações), bem como, decisões sobre de que forma e em que linguagem ou contexto o modelo será descrito.

Assim, o desenvolvimento de modelos requer conhecimento adequado não apenas sobre o que está sendo modelado mas também sobre a linguagem, ou arcabouço, na qual o modelo será descrito. Requer também experiência e criatividade nas decisões sobre quais aspectos incluir na descrição e como descrevê-los. Daí, tanto o propósito do modelo (para quem será usado, que tipo de resposta ou conhecimento se espera obter através dele,...), como a forma ou linguagem na qual sua representação é descrita, afetam tanto o modelo como seu desenvolvimento (ver Figura 1.1 e o exercício 1.3).

Portanto, é necessário conhecer bem tanto o que se quer modelar, como os instrumentos e objetos que servirão à descrição do modelo. Além disso, é necessário ter sempre em mente para que se está desenvolvendo o modelo, pois isto deverá influenciar, entre outras coisas, o que será representado ou desconsiderado.

Por exemplo, num modelo cujo propósito é aumentar nosso conhe-

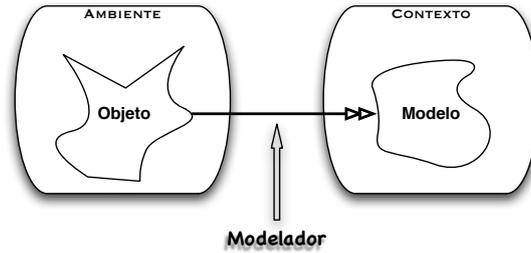


Figura 1.1: Elementos da Geração de Modelos

cimento, haverá sempre algo que desconhecemos e que não será, portanto, representado. O modelo, porém, deverá ser construído e usado de tal modo que, ao compararmos as inferências que dele tiramos com o que é observado na situação nele representada, possamos aumentar nosso conhecimento e tecer hipóteses sobre o que falta representar, gerando modelos alternativos cada vez mais completos e representativos. Assim, modelos visando aumentar nosso conhecimento sobre algo são, forçosamente, modelos incompletos; planejados para evoluir.

Mais concretamente, se estamos estudando as deformações de uma barra de metal, contemplamos inicialmente um modelo que descreva somente movimentos, dando pouca atenção ao balanço de energia. Este modelo poderá ser adequado para uma grande gama de metais e para deformações ditas pequenas. Há metais porém, muito macios, para os quais tal tratamento implicará em discrepâncias entre a deformação inferida e a observada para esforços medianos. Para estes casos, é necessário incluir o balanço energético no modelo. Eventualmente, pode ser mesmo necessário incluir uma descrição mais acurada do comportamento ou da constituição da barra no modelo.

Um dos aspectos que mais influencia o desenvolvimento de um modelo é a escala (temporal ou espacial) na qual o fenômeno ocorre, ou na qual é observado ou ainda na qual se quer representar os fenômenos em foco. Por exemplo, suponha que somente possamos fotografar uma parede na qual oscila um pêndulo a cada 3 segundos. Se o pêndulo oscila com um período de 6 segundos e acontece termos começado a fotografar num momento em que ele estava em seu ponto mais baixo

(central), provavelmente diremos que o pêndulo está parado, ou quase, atribuindo eventuais discrepâncias a erros de medida ou observação (ver exercício 1.1).

Por outro lado, desenvolver modelos é uma atividade continuada, e frequentemente um modelo é obtido a partir de outro, adaptando, aprimorando, generalizando ou simplificando; quer porque ele descreva uma situação mais abstrata, quer porque ele se mostre incompleto, ou porque descreva uma situação análoga, ou ainda por guardar alguma relação com o problema em foco. Tal é o caso com relação a problemas de escala. A derivação de modelos para casos particulares a partir de um que descreva o caso geral ou genérico é quase regra em algumas áreas, tais como o escoamento de fluidos (ver capítulo 4).

Importa notar neste ponto que, ao se alterar um modelo obtendo outro, o esquema da Figura 1.1 se repete. Há uma revisitação do objeto a ser modelado e das ações do modelador. Entretanto, o contexto agora é outro. Fazem parte deste novo contexto, por acréscimo, pelo menos o modelo que estamos alterando e todo o conhecimento que adquirimos sobre o objeto modelado. Esta alteração do contexto pode provocar grandes mudanças na construção do modelo, até mesmo no processo de observação.

Um objeto pode ter modelos descritos em vários contextos diferentes. Por exemplo, Matemática Contínua é constituída por objetos matemáticos que, de uma forma ou outra, estão associados a topologias contínuas em estruturas infinitas e densas. Enquanto que a Matemática Discreta por objetos matemáticos de alguma forma associados a topologias discretas em estruturas com um número finito ou enumerável de elementos. Por outro lado, a Matemática Computacional é constituída de algoritmos e programas de computador, estes últimos dependentes ainda de métodos de discretização, linguagens de programação e ambientes computacionais. Modelos descritos em cada um desses contextos devem estar em conformidade com as propriedades de seus elementos básicos que serão contínuos, discretos ou processuais. Dessa forma, é possível que um modelo descrito matematicamente, ou de forma computacional, possa não ter qualquer semelhança ou propriedade em comum com outro modelo do mesmo objeto,

descrito noutra dos contextos mencionados ou ainda, mais informalmente, de maneira gráfica, por analogia física ou como um diagrama esquemático.

Muito frequentemente, modelos para aspectos específicos de um objeto natural são desenvolvidos de forma independente e depois fundidos num modelo mais amplo. Um belo exemplo deste processo é o dos modelos climáticos. Veremos brevemente como eles têm se desenvolvido ao final deste capítulo. Nestes casos, o contexto de formação do novo modelo inclui não apenas um aprofundamento do conhecimento a respeito de um aspecto mas uma amplificação de espectro; como veremos mais adiante.

*Nota.* Além do papel mais conspícuo do observador na geração do modelo, o importante a ressaltar é o efeito mais sutil, no que obtemos como modelo, que resulta tanto do ambiente propriamente dito, como da forma como objeto e ambiente são observados, ou do contexto no qual o modelo está imerso, e onde ele é descrito. Muito frequentemente, o ambiente é descrito no modelo unicamente através das condições de troca no contorno ou como regras para as interações entre sistema e ambiente (ver seção 1.2 adiante). Ele condiciona como serão descritas as trocas e fatores forçantes entre o modelo e seu exterior, bem como, de uma forma mais indireta, como será descrito o que é representado — visto que o ambiente não apenas enfatiza ou obscurece este ou aquele aspecto estudado, mas também constrange como são feitas as observações. O contexto delimita o que pode ou não ser representado, a forma como os fatores relevantes podem ser descritos, e contém uma série de informações subliminares que complementam o modelo, enriquecendo a representação nele expressa. O contexto cria também uma janela de observação (exercício 1.5) que, muitas vezes, impede que o modelador observe o modelado de maneira imparcial. ■

## 1.2 Simplificações

Modelos envolvem, necessariamente, desconsiderarmos alguns aspectos do objeto ou sistema modelado. O que não é representado, todavia,

deve ser tão bem documentado como o que está sendo representado; através de hipóteses, suposições, ou simplesmente uma descrição. Devemos incluir nesta descrição o porquê de não representá-los: se por indisponibilidade de dados, se por insensibilidade das respostas do modelo (ou do sistema) a estes fatores, se por impossibilidade ou dificuldade de manipulação matemática ou computacional de suas representações, se por ser considerado irrelevante etc. Métodos e regras que ajudam no processo de selecionar o que representar existem, pelo menos desde a revolução científica. Esta seção apresenta alguns dos que dispomos para confrontar a complexidade das paisagens e outros sistemas ambientais.

O primeiro passo, aqui, é delimitar aquilo que será objeto de nossas atenção e investigação, ressalvado o fato que um fator ou aspecto pode ter pouca relevância num momento e tornar-se o *pivot* da modelagem num outro. O conceito mais estabelecido para isto é o de sistema (como originado na física), que é um conceito bastante simples. Ele diz o que é, o que não é de interesse, e descreve eventuais trocas entre o que é de interesse (o sistema), e o que, no caso, não é (o ambiente). A troca se dá no que chamamos de fronteira (Figura 1.2), um local de “proximidade” entre elementos do sistema e do ambiente.

Em geral, particularmente nas ciências físico-químicas, o sistema está associado a uma região do espaço-tempo. Neste caso, para cada tempo a fronteira toma a forma de uma região no espaço, sendo acrescida do volume ocupado pelos estados do sistema no instante inicial e no instante final, este último, em geral, desconhecido inicialmente. Ao estudarmos as propriedades do modelo, que devem se assemelhar às da entidade modelada por hipótese de trabalho, ganhamos conhecimento sobre a mesma. Este conhecimento nos permite fazer inferências e conhecer total ou parcialmente a condição no instante final. Assim, um primeiro passo na elaboração de modelos é delinear o sistema e as interações em sua fronteira.

O estado de um sistema, em qualquer situação que este se encontre, é representado por um conjunto de quantidades ou de vetores de quantidades que sejam observáveis de forma coerente — as variáveis de estado [73]. A estrutura ou objeto matemático que alberga todos

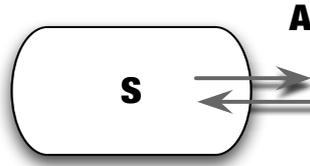


Figura 1.2: Diagrama esquemático de um sistema (adaptado de Jorgensen e Svirezhev [28]).

os estados, isto é, todos os conjuntos de valores possíveis para estas quantidades, junto com suas propriedades é chamado de *espaço de estado*. Quanto às trocas com o ambiente, sistemas se classificam como isolados, fechados ou abertos [28]. No primeiro caso, não há troca de espécie alguma entre sistema e ambiente. No segundo, não há troca de matéria, podendo haver troca de energia. No terceiro, há troca tanto de matéria como de energia. Na forma como hoje usamos a idéia de sistema fora de suas disciplinas originárias, há uma outra grandeza a se considerar nas trocas com o ambiente: a *informação* (ver seção 1.3). Numa situação mais geral, o conceito de sistema pode ser dilatado para que seja constituído de indivíduos, populações, concentrações, sinais etc; e não apenas volumes de matéria ou energia. Nestes casos, porém, a classificação acima perde o sentido e a associação de um sistema a uma região do espaço-tempo pode se tornar bastante tênue e até mesmo problemática (ver exercício 1.4).

Todavia, cabe ressaltar que como o foco de interesse em física e química é apenas o sistema, sendo o ambiente completamente ignorado exceto pela ação que exerce sobre o sistema em estudo, essas trocas dizem respeito principalmente ao que passa do ambiente para o sistema. As transferências do sistema para o ambiente são consideradas como perdas (de massa ou energia) e frequentemente representadas de maneira indireta no modelo.

Há outras maneiras de se classificar sistemas. Algumas dizem respeito ao estado do sistema e como este se relaciona com o espaço e o tempo, no sentido físico. Eles podem ser: discretos, contínuos, homogêneos, heterogêneos, isotrópicos, anisotrópicos etc. Às vezes,

as classificações podem dizer respeito a propriedades matemáticas do estado do sistema, como no caso de sistemas: determinísticos, não-determinísticos, probabilísticos, ou nebulosos. Todavia, sendo sistemas descritos por um conjunto de quantidades e vetores de quantidades, não há como descrever estruturas ou organizações internas ao sistema de uma forma imediata, por mais não homogêneo que o consideremos. Nestes casos, organizações porventura identificadas aparecem em consequência da evolução ou de propriedades do comportamento do sistema.

### 1.3 Biologia e Organizações

Entretanto, muitos dos fenômenos de interesse e partícipes dos problemas ambientais envolvem sistemas biológicos e ecológicos que, sabidamente, são organizados. Vida e organização são percepções tão interligadas, que a origem das palavras organismo, órgão e organização é a mesma. Como podemos lidar com organizações de uma forma mais flexível? Inicialmente, podemos procurar dilatar o conceito de sistema, em algumas direções. Algumas delas constituem a Teoria Geral de Sistemas (TGS) [67].

O conceito de sistema como empregado na TGS difere, entretanto, da idéia de sistema apresentada na seção anterior. Na TGS, este conceito está mais focalizado no comportamento do sistema que em delinear uma porção da natureza para estudos. Este enfoque enfatiza também muito mais as relações de troca (entre o que entra e sai) que a estrutura causal do sistema, ou seus limites no espaço-tempo. Esta nova visão de sistemas é, ao mesmo tempo, mais restrita e mais ampla que a anterior. Ela obscurece a estrutura causal do fenômeno em favor da descrição de sua relação comportamental, o que permite representar um maior número de situações. Não facilita, todavia, incursões sobre os porquês dos fenômenos representados.

De uma forma genérica, um sistema é expresso da seguinte forma. Temos as variáveis de estado (**s**), representando como está o sistema no momento atual (fruto de toda sua história), os estímulos (**e**), representando o que “passa” do ambiente para o sistema, e a resposta

( $r$ ), representando o retorno, o que “passa” do sistema para o ambiente. Estas variáveis podem ou não depender do tempo e do espaço. Na TGS, o *comportamento* do sistema é descrito por uma relação  $\mathcal{R}$  entre as variáveis de estado e sua relação com o ambiente —  $\mathcal{R}(e, s, r)$ , que pode ela mesma depender do tempo  $t$  e do espaço  $x$ . Como na seção anterior, estas “variáveis” devem ser vistas como conjuntos de quantidades ou vetores de quantidades. Na TGS estrita, todavia, a relação  $\mathcal{R}$  é suposta descrever  $r$  como uma *função* de  $(e, s, r)$ . A teo-

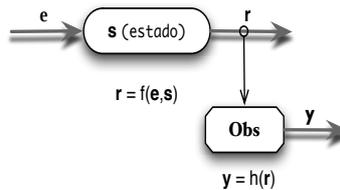


Figura 1.3: Um sistema segundo a Teoria Geral de Sistemas.

ria prevê também a representação explícita do processo de observação (Figura 1.3), que é suposto não alterar nem a entrada  $e$ , nem a resposta  $r$ . O estado  $s$  só pode ser observado de forma indireta, através da observação de  $e$  e  $r$  e das características conhecidas de  $\mathcal{R}$ .

A TGS permite que lidemos com mais de um sistema, examinando como sistemas interagem e se compõem. Há duas formas básicas de conectarmos sistemas. Numa, eles são conectados em linha ou série: a resposta do anterior sendo estímulo para o seguinte. Noutra, a resposta (ou saída) de um sistema é distribuída como entrada para vários sistemas. Num reverso desta última, as respostas de cada um de vários sistemas podem ser amalgamadas convergindo numa entrada para outro sistema (Figura 1.4) ou, eventualmente, amalgamadas e redistribuídas como entrada de vários sistemas.

Importa notar que a TGS admite que a resposta  $r$  de um sistema seja *distorcida* antes de servir de estímulo para outro sistema. Isto é,  $e_2 = \Delta(r_1)$ , em vez de  $e_2 = r_1$ . Não podemos aqui considerar que esta transformação provém de um sistema, pois não há intervenção de um *estado* nessa transformação. Podemos dizer que o *signal* é adul-

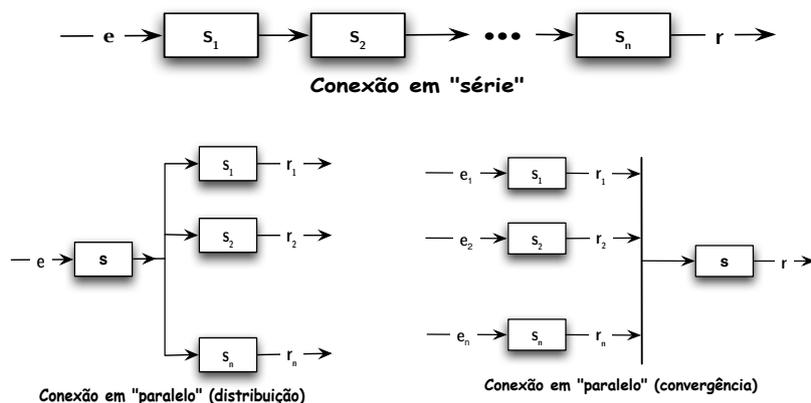


Figura 1.4: Conexão em série e paralelo.

terado mas não re-processado. Por razões históricas, o termo *signal* é empregado na TGS para se referir a estímulos e respostas de forma genérica.

Ao conectarmos sistemas em série e paralelo e utilizarmos a possibilidade de descrever um sistema como se composto de outros (sub-)sistemas, podemos obter redes de sistemas de razoável sofisticação e diferentes profundidades de aninhamento ou detalhamento, assumindo que os componentes de um sistema esmiuçam seu comportamento. É usual na TGS o uso de diagramas para representar a conexão de vários sistemas, e a Figura 1.5 nos mostra um exemplo de complexidade mediana.

A TGS, considerando que um sistema pode ser composto de subsistemas interconectados, os quais podem ser, por sua vez, compostos de outros subsistemas, permite uma razoável representação de sistemas organizados hierarquicamente; mesmo que não nos forneça meios para examinar e manipular organizações, para abstrair o que lhes seja comum, ou identificar a ocorrência de organizações. Sua estrutura de conexões é rígida. Toda a variabilidade e adaptabilidade reside dentro de cada sistema, e não na rede de conexões ou em suas formas de interação. Além do mais, este arcabouço só permite que estudemos uma organização de cada vez, obscurecendo a interação de organizações, a

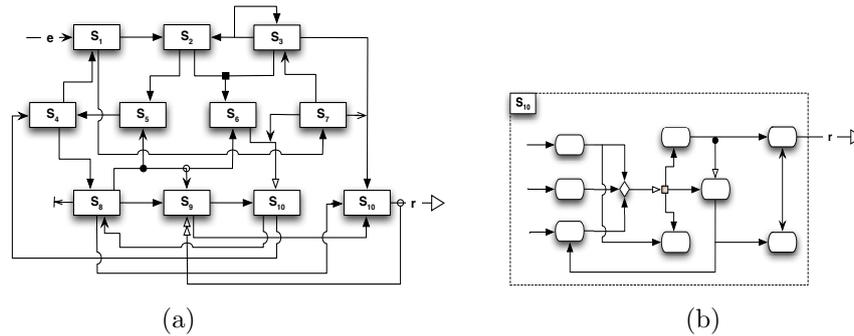


Figura 1.5: Redes de sistemas (a) e detalhamento/abstração de um sistema (b). Diferentes setas indicam que é possível haver sinais de natureza distinta num mesmo sistema.

identificação de organizações como uma entidade descritora de *estados da natureza*, a transformação e adaptação de organizações, bem como as propriedades das organizações. Tampouco podemos considerar facilmente processos ou interações e organizações de processos tão comuns em fenômenos biológicos. Além disso, a TGS é inadequada para descrever interações do tipo existente entre grupamentos humanos, as quais caracterizam-se melhor como jogos. Estas restrições provêm de hipóteses sobre a relação  $\mathcal{R}(\cdot, \cdot, \cdot)$ , que representa o comportamento do sistema, e de vínculos sobre as conexões possíveis entre sistemas.

Do ponto de vista da aplicação da TGS aos casos em estudo, vemos que é frequentemente difícil se precisar os limites de um sistema e sua interação com sistemas *próximos* em situações muito complexas. Por exemplo, considerando sistemas ambientais (mais sobre isto no capítulo 6), permanece difusa e nebulosa a fronteira conveniente entre dois ecossistemas componentes de uma paisagem (ver o caso 5 do exercício 1.4), o que torna delicado o emprego da TGS mesmo em casos onde seus princípios e pressupostos se apliquem.

Certamente, algumas generalizações da TGS podem ser pensadas de imediato, tais como: relaxar as hipóteses sobre a relação utilizar modelos computacionais na descrição de sistemas, ou permitir novas formas de conexão. Todavia, examinar propriedades e transformações de organizações requer uma definição mais precisa de organização e

um arcabouço mais amplo [36, 38].

## 1.4 Sistemas e Modelos

Munidos dessas idéias sobre sistemas, podemos sugerir uma infinidade de procedimentos para desenvolver modelos. Um desses procedimentos integra ou funde modelos de aspectos de um sistema, desenvolvidos de forma autônoma, resultando num modelo para o sistema como um todo. Sendo que a diferença entre integrar e fundir não é somente de grau ou intensidade, em relação às interações entre os componentes, mas também técnica, tendo a ver com a forma como os modelos foram desenvolvidos.

Vejamos o que nos ensina a este respeito o desenvolvimento dos modelos climáticos. Um sumário de seu desenvolvimento ao longo dos anos pode ser visto no quadro da Figura 1.6, retirado de [23, pp. 48]. Nele, vemos como modelos para vários aspectos do fenômeno climático

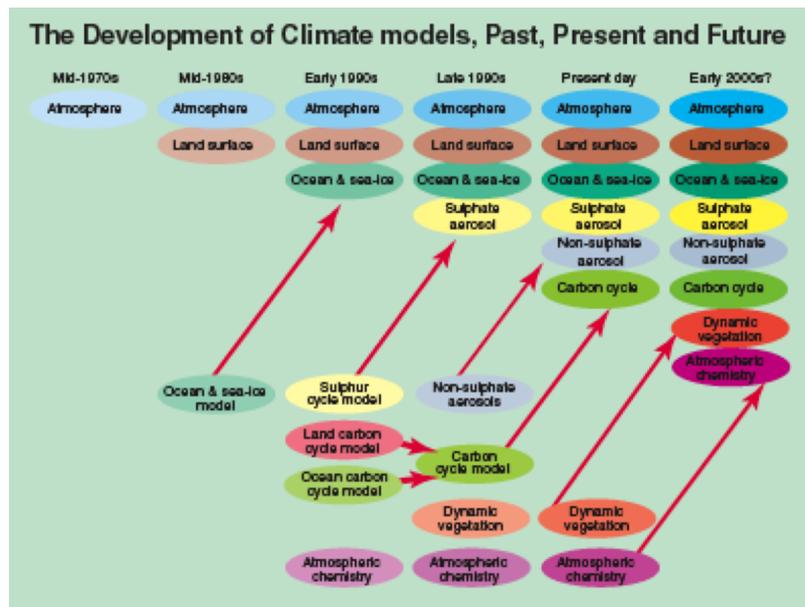


Figura 1.6: Desenvolvimento de modelos climáticos de meados de 1970 a 2000.

foram sendo desenvolvidos e integrados ao longo das décadas. Observe que a cor associada a cada aspecto (atmosfera, superfície terrestre, ciclo de carbono, etc) aumenta de intensidade com o passar dos anos; indicando que os modelos para cada aspecto continuam a evoluir em si mesmos, não somente devido a fusões. Uma análise mais aprofundada desta evolução pode ser vista em [24, Cap. 1]. Sublinhamos aqui alguns pontos desta análise, relevantes para as discussões a seguir. Modelos podem se aprimorar ou se tornar mais representativos, ficando ou não mais complexos, segundo pelo menos 4 dimensões: o número de componentes ou fatores representados, o horizonte de tempo contemplado, a resolução (tanto espacial, como temporal), e a representação do comportamento (ou “estrutura” do modelo). Ao fundir modelos, entretanto, algo de comum ou análogo tem que ser encontrado em suas representações, para que a descrição de suas variáveis complementares possa ser convenientemente integrada. Por exemplo, ambos devem representar o tempo, ou o espaço, de forma consistente.

Utilizando o formalismo da TGS e o conceito de sistema, estas dimensões se expressam da seguinte forma: O número de componentes e fatores representados está diretamente associado ao número de componentes e conexões como na Figura 1.5; nela, maior resolução implica na capacidade de captar variações mais rápidas ou sutis de  $e$ ,  $s$ , e  $r$ , segundo as variáveis independentes, em geral  $x$  e  $t$ ; a representação do comportamento em quão conceitualmente sofisticada e complexa é a relação  $\mathcal{R}(\cdot, \cdot, \cdot)$ , que pode ser linear, não linear, estocástica, etc. Caminhando no sentido inverso nessas dimensões, temos modelos mais simples; o que conduz a uma hierarquia de modelos, todos representando aspectos de um mesmo fenômeno. Cada um deles sendo útil de *per si*.

## 1.5 Sustentabilidade

Investigar o termo sustentabilidade através de pesquisa bibliográfica é uma tarefa divertida, mesmo que consuma um certo tempo [11]. Isto se deve ao fato que podemos investigar a sustentabilidade de praticamente qualquer coisa, sendo também o termo sustentabilidade empre-

gado sem um critério definido. Podemos nos referir à sustentabilidade desde em relação à indústria de carvão e outras consideradas poluentes, até ao que realmente nos interessa aqui: a dos recursos naturais, paisagens e sistemas ambientais. Num certo sentido, a propalada preservação da bio-diversidade não deixa de ser um problema de sustentabilidade: de sustentar a biodiversidade. Neste último contexto, a sustentabilidade nas interações homem-natureza é geralmente entendida de forma que as atividades humanas não disturbem o ambiente de maneira significativa; não ao ponto dos recursos extraídos se tornarem escassos, ou de forma que o ecossistema manejado se desequilibre num horizonte de tempo razoável, colocando em risco os recursos naturais, quaisquer que sejam os recursos extraídos ou afetados nessa interação.

O que faz com que um problema de sustentabilidade difira de um problema de estabilidade ou de homeostase? A primeira diferença é que estabilidade e homeostase são propriedades do sistema em estudo *per se*. Ele as possui ou não. Por outro lado, é preciso estabelecer com relação a quê, ou de quê, a sustentabilidade será investigada, e isto é uma **decisão** (humana). Não é possível afirmar nada sobre sustentabilidade antes que se defina o quê deve ser sustentado e em que sentido um sistema deve ser considerado sustentável.

Segundo, no que concerne a sistemas ambientais, sustentabilidade afeta as interações homem-ambiente a longo prazo. Longo prazo significando, neste caso, várias gerações humanas. Assim, afastamentos momentâneos de pontos de equilíbrio ou homeostáticos são admissíveis desde que estes afastamentos permaneçam limitados e no entorno do “equilíbrio” anterior à intervenção, quando examinados ao longo do tempo.

Voltaremos a este tópico no capítulo final mas é conveniente notar desde já que, nas interações homem-natureza, intervêm três grandes sistemas: o ambiental, o produtivo (em especial de beneficiamento dos recursos naturais) e o social. Este último é responsável por desenvolver regras que regulam estas interações — explícitas, na forma de leis, regulamentos e políticas de estímulo e **desestímulo**, ou implícitas, na forma de hábitos, tabus, comportamento “correto”, etc (ver Figura 1.7).

Além disso, o sistema social, através de organizações específicas ou mesmo por alterações nos hábitos e regras sociais, desenvolve novas tecnologias e procedimentos que podem tanto alterar nossa visão do bioma, como também modificar, eventualmente, todo o esquema de exploração dos recursos naturais; ou mesmo alterar a relação de forças que induzem à exploração de um determinado recurso estudado.

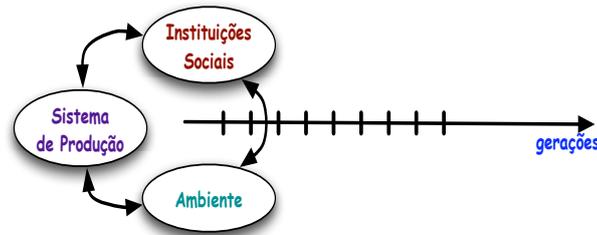


Figura 1.7: Sistemas envolvidos na sustentabilidade das interações homem-natureza.

Importa, porém, ressaltar desde logo a necessidade de modelos computacionais e experimentos virtuais na análise da sustentabilidade, devido à necessidade de projetarmos a evolução do comportamento desses três sistemas no futuro, e à impossibilidade de fazermos experiências com sistemas ambientais. É necessário também uma pré disposição de parte dos analistas e estudiosos para que nenhum dos aspectos relevantes nessa análise sejam preteridos e para que as projeções de longo prazo sejam avaliadas com o devido cuidado.

## Exercícios

A ordem dos exercícios segue aproximadamente a das seções. Essa classificação dos exercícios é, contudo, bastante artificial havendo interseções e superposições.

**Exercício 1.1.** *Um pêndulo oscila com um período de 12s; isto é, leva 12s para ir de sua posição extrema esquerda até a extrema direita e retornar à posição inicial.*

- *Supondo que a primeira observação ocorre quando o pêndulo está em sua posição central, faça um diagrama mostrando onde o pêndulo será observado caso observações só possam ser feitas a cada 12s. Repita para o caso das observações serem feitas a cada 6s, 4s e 5s. Analise e critique as observações.*
- *Como o quadro anterior mudaria caso a primeira observação fosse feita na posição da extrema direita em vez da central?*
- *O que se pode dizer dos dois caso acima, caso seja possível observar simultaneamente a posição e a velocidade?*

**Exercício 1.2.** *Que (tipo de) modelo você sugeriria para cada conjunto de observações do exercício anterior?*

**Exercício 1.3.** *Jogue um pouquinho de creme numa xícara de café puro e misture lentamente. Gradativamente o creme se dissolverá e se misturará ao café. Você só pode observar a superfície do líquido. Quais fatores são importantes para descrever o quanto do creme já se misturou ao café? Sugira um modelo simples, que não faça uso de equações diferenciais. O que é, nesta situação, o sistema? Ele é isolado, fechado ou aberto?*

**Exercício 1.4.** *Para os casos abaixo, defina o que você consideraria sistema, fronteira e ambiente. Liste também alguns observáveis que façam parte do estado do sistema.*

1. *Considere um disco rígido (isto é, ele não se deforma) que se desloca sobre uma mesa plana sem atrito. Você está interessado apenas nos movimentos de translação.*
2. *Considere o mesmo disco rígido, na mesma situação. Agora, entretanto, você quer estudar as rotações além das translações.*
3. *Considere água (um fluido) escoando por um canal horizontal que, para simplificar, consideraremos retangular. A água entra pela extremidade mais da direita e sai pela da esquerda mas o fluxo à direita não é necessariamente igual ao da esquerda. Você está interessado em entender o volume ocupado pela água.*

4. Considere agora mel (outro fluido) num canal como acima, porém inclinado. Você está interessado em saber em quanto tempo o mel, isto é, a primeira porção de mel, chegará a extremidade esquerda do canal.
5. Considere uma nuvem. Você está interessado em estudar e descrever seu movimento e formato.

**Exercício 1.5.** Você precisa descrever a evolução dinâmica de uma população quanto ao número de seus indivíduos. Esboce um modelo para este fenômeno em duas situações distintas e sugira, em cada caso, algumas variáveis de estado:

1. você não conhece nada de equações diferenciais mas conhece matemática discreta,
2. você conhece bem equações diferenciais,
3. você conhece mais Computação e Programação que Matemática.

*Obs: É lícito pedir ajuda a quem realmente não conheça cada uma destas áreas.*



## Capítulo 2

# Ecossistemas, Ecólogos e Matemáticos

### 2.1 Introdução

Se quisermos dialogar com ecólogos, particularmente os que vão a campo coletar dados, temos que desenvolver uma linguagem, um jargão, em comum com eles. Isto não significa apenas estabelecer um conjunto de termos aos quais atribuímos o mesmo significado ou para os quais temos a mesma descrição. Significa também compreender quão diferentemente vemos o mundo, respeitando e ajustando nossas visões, mesmo que não concordemos com a do “outro lado”. Significa entendermos quais são as perguntas que uns e outros fazemos, e os métodos usados para respondê-las. Significa aprendermos como uns e outros observamos o mundo: como mensuramos o quê é mensurável, e como registramos o quê não o é.

Nada melhor então que começar por desvendar como ecólogos veem o mundo e como esta visão se relaciona à nossa. Já na forma de perguntar, antes mesmo de focalizar o mundo, surge um divisor bastante crítico. Nas ciências biológicas existem dois tipos de questões e dois tipos de **explicação**. Um, o chamado *proximal* (inglês), busca explicações nas interrelações e interações atuais dos elementos biológicos. Outro, chamado *ultimate* ou “final”, busca entender como as organizações

biológicas se tornaram o que hoje são, em decorrência da evolução das espécies e ambientes. O primeiro se assemelha bastante às indagações e explicações em Física e da Química, que podem ser convenientemente elaboradas de forma matemática. Todavia, até o momento, indagações do último tipo não fazem parte do dia a dia da dessas ciências e, também, da Matemática Aplicada. Do ponto de vista biológico, porém, ambas explicações são complementares e não se pode escolher uma em detrimento da outra [6]. Focalizaremos adiante apenas as do primeiro tipo.

## 2.2 Ecologia e Matemática

Apesar de ser bastante difícil definir ou delinear Ecologia [42], mesmo desconsiderando quaisquer conotações e usos não científicos deste termo, dar uma definição de ecossistema é mais fácil. Para bem entendê-la, contudo, é necessário enfatizarmos certas características dos fenômenos biológicos.

Os seres vivos possuem uma combinação de características, que os distinguem da matéria não viva. Todavia, sua existência não viola qualquer princípio físico que seja: massa, energia e momento se conservam... Do ponto de vista de sistemas, todo organismo é um sistema aberto que, durante sua existência, substitui todas suas partes componentes materiais. Assim, se parecem mais com organizações de fluxos de matéria e energia no espaço-tempo. Essas organizações, mais permanentes que seus componentes, necessitam de um certo tamanho ou complexidade para se manterem “estáveis”, mesmo que por um tempo delimitado. A menor unidade existencial na fenomenologia da vida é a *célula*, ou seja, ela é a menor unidade organizacional que apresenta a combinação de características distintivas da vida.

Células são organizações de componentes menores e mais simples que, apesar de também serem organizações vivas, não subsistiriam, nem se reproduziriam, sozinhas nas condições atuais. Elas provêm as transformações químicas e energéticas fundamentais à vida, suportando todo tipo de organização biológica, e interagindo com o ambiente (isto é, tudo que está *fora* da célula). Elas provêm também a

capacidade da vida de formar estruturas e organizações mais complexas, a partir de outras mais simples — o metabolismo anabólico ou *anabolismo*. Células podem se juntar, como sistemas, formando agregados organizacionais maiores que, em alguns casos, adquirem identidade funcional, os organismos multi-celulares. Organismos podem se juntar, de uma miríade de maneiras, dando forma a uma infinidade de entidades biológicas.

Esta capacidade de agregação, cria uma hierarquia de organizações que vai desde as bio-moléculas até biomas e a ecosfera; passando por indivíduos, populações, comunidades e ecossistemas [26, Cap. 1]. Não obstante, massa e energia devem ser conservadas e, para manter este fluxo contínuo de energia e matéria organizadas a par com a elaboração de organizações cada vez mais ricas, a fenomenologia da vida propicia também organismos e processos que decompõem as grandes e complexas organizações em elementos básicos ou bastante simples, tão logo é rompido o fluxo que as suporta: o metabolismo catabólico ou *catabolismo*.

Baseado numa visão assemelhada a esta, E.P. Odum [45, Preface], propõe a seguinte definição para ecossistema:

**Definição 2.1.** *Ecossistema é a primeira ou (ou mais simples) unidade na hierarquia de organizações que vai da molécula à eco-esfera que é completa, isto é, que possui todos os componentes, físicos e biológicos, necessários a sua sobrevivência.*

Devido a sua alta complexidade, esta unidade basal de sustentação dos processos vitais oferece uma miríade de aspectos a serem estudados. Além disso, esta definição de ecossistema não é universalmente aceita havendo outras; como, por exemplo, a encontrada em Jones [26, Cap. 2], enunciada a seguir:

**Definição 2.2.** *Ecossistema é uma comunidade de organismos interdependentes junto com o ambiente habitado por eles e dentro do qual eles interagem mas que se distingue das comunidades e dos ambientes adjacentes.*

Não obstante, devido aos vínculos impostos pelas leis físico-químicas e pelas organizações primordiais da vida, há um esqueleto comum

nesta pluralidade, que subjaz à discussão abaixo.

Como sugerido pela forma antiga do termo e sua forma atual em outras línguas, não há uma matemática, há Matemáticas. Como pode ser visto em [17, 40], a origem das várias matemáticas está na descrição e formalização de atividades mentais humanas: contar, mover, medir, dar forma, combinar, ver, calcular, escolher, jogar, generalizar, abstrair etc; ou de propriedades fundamentais e ubíquas, como: simetria, perspectiva, regularidade, continuidade, separabilidade etc. Uma estuda forma, e é a Geometria. Outra estuda contiguidade e continuidade, e se chama Topologia. Ainda outra estuda propriedades das relações contínuas, e se chama Análise. Mais outra que estuda propriedades das operações e manipulações de conceitos matemáticos, como os números: chama-se Álgebra.

E daí por diante, cada matemática estudando um desses aspectos ou atividades. Matemáticos gostam de dar nome às coisas e para isso usam **definições**, as quais especificam de forma inequívoca o objeto idealizado. Nisso, estão numa posição mais confortável que as ciências empíricas, Ecologia inclusive, que usam **descrições**; as quais apenas ajudam a reconhecer o objeto sendo nomeado [3, Mathematics]. Por exemplo, todos (até os que não são matemáticos) sabem o que é um triângulo, um quadrado ou uma união. Todavia, na natureza, encontramos apenas formas triangulares, nunca um triângulo exato; formas quadrangulares ou retangulares mas não um quadrado ou retângulo; e é frequentemente difícil identificar elementos que foram unidos ou identificar interseções na natureza. Depois de definidos e nomeados, matemáticos estudam propriedades de um conjunto de objetos semelhantes e, eventualmente, definem métodos e outros objetos neste processo.

O objeto básico de estudo dos ecólogos são os ecossistemas. Contudo, da mesma forma que com as Matemáticas, existem várias Ecologias, resultado da miríade de facetas apresentadas pelos ecossistemas [42, 52]. Há a Ecologia de Populações, Ecologia Quantitativa de Comunidades, Ecologia de Sistemas, Ecologia de Ecosistemas, Ecologia Dinâmica, Ecologia Evolutiva, Ecologia de Paisagens, Ecologia Ambiental e por aí vai [42]. Cada uma delas adequada ao estudo de alguns

desses aspectos. Por outro lado, ecólogos raciocinam em termos de indivíduos; populações, como coleção de indivíduos; comunidades, como coleção de populações de espécies diversas; ecossistemas, como nas definições 2.1 ou 2.2, dentre outras; biomas; etc. E investigam sobre: como, onde e com que rapidez os componentes da população nascem, crescem e morrem; como os componentes interagem entre si e como a população interage com outras; como se alimentam e quais recursos são necessários às populações ou mesmo aos indivíduos; o quê os faz morrer e o quê os incentiva a se reproduzir; por que indivíduos têm esta ou aquela forma; etc. Estas observações são descritas por meio de tabelas, regressões simples, redes tróficas, gráficos, diagramas esquemáticos etc. Não há percepção de continuidade nesses componentes básicos dos ecossistemas. O que é contínuo para eles é a própria vida, a existência de cada população, senão, dos indivíduos.

Existe alguma relação entre essas descrições? Como nos dirigirmos aos ecólogos buscando uma linguagem comum? É necessária uma unificação das várias ecologias [18, seção 1.1] para que isso possa acontecer? Veremos a seguir algumas pontes num caso restrito.

### 2.3 Duas Visões

Por vários motivos, a Matemática é mais usada na descrição de sistemas ecológicos quando há populações envolvidas nos aspectos estudados. Assim, quando um matemático se refere à descrições (modelos) de ecossistemas pensa, na maioria das vezes, num sistema de equações diferenciais, ou de diferenças finitas ou de equações recorrentes, ou ainda noutros objetos matemáticos com dependência explícita no tempo e, por vezes, no espaço. A isso se juntam equações *constitutivas* que relacionam duas ou mais variáveis de estado, impondo vínculos no espaço de estados. Estas equações e objetos modelam o comportamento dinâmico das populações, representadas através de concentrações e densidades associadas ao ecossistema, e refletem por vezes condições e restrições nele impostas. Estas representações são, via de regra, tidas como um contínuo, isto é, podem assumir quaisquer valores, quer sejam densidades ou concentrações. Ocasionalmente, estes

sistemas de equações aparecem associados a modelos compartimentais elaborados meramente com fins ilustrativos. Dessa forma, se existem  $n$  fatores a serem descritos, dentre populações e recursos, temos:

$$\vec{c} = (c_1, \dots, c_n)^T, \quad (2.3.1)$$

$$\text{Var}_t(\vec{c}) = \text{Var}_{\vec{x}}(\vec{c}) + \mathcal{I}(\vec{c}), \quad (2.3.2)$$

onde  $\vec{c}$  é o estado do ecossistema, onde  $c_i$  são concentrações ou densidades;  $\text{Var}_t(\vec{c})$  denota a taxa de variação temporal desse estado;  $\text{Var}_{\vec{x}}(\vec{c})$  as variações em  $\vec{c}$  devido à advecção, difusão, convecção e outras formas de mobilidade espacial; e  $\mathcal{I}(\vec{c})$  as interações e trocas entre os componentes do ecossistema.

A forma como  $\text{Var}_t(\cdot)$  e  $\text{Var}_{\vec{x}}(\cdot)$  se expressam depende de várias considerações a respeito do espaço  $\vec{x}$  e do tempo  $t$ : desde pressupostos sobre a variável de estado, tais como continuidade etc; e de propriedades ontológicas do espaço, tais como se os componentes descritos por  $\vec{c}$  residem ar, água ou superfície terrestre; até sobre que classe de modelos estamos procurando. Por exemplo,  $\text{Var}_t(\vec{c})$  pode ser uma derivada  $\partial_t$ , uma diferença finita  $(\vec{c}(t_{i+1}) - \vec{c}(t_i))/\Delta t$ , ou uma simples diferença  $(\vec{c}(t_{i+1}) - \vec{c}(t_i))$ , caso suponhamos o tempo contínuo, consideremos uma discretização linear em  $t$ , ou suponhamos o tempo discreto (como em situações onde os eventos de interesse ocorram apenas a intervalos regulares: anos, dias, gerações). Por outro lado,  $\text{Var}_{\vec{x}}(\cdot)$  pode também se expressar através de operadores integro-diferenciais; de suas versões em dimensão finita; de transições em autômatos celulares; ou de outras formas computacionais. Estas duas variações, entretanto, apesar de afetarem as interações, visto definirem proximidades, estão mais ligadas a condições sobre o local onde o ecossistema reside que a seus recursos; enquanto que o termo de interação  $\mathcal{I}(\cdot)$  a seus recursos.

Por outro lado, ecólogos observam padrões de organização, de distribuição geográfica, isto é, como os elementos de um ecossistema ou paisagem se dispõem e relacionam. Investigam sob quais condições elementos de ecossistemas podem sobreviver, quais recursos e meios de subsistência lhes são necessários, e como estes elementos, em diversos níveis organizacionais, interagem. Fazem censo de indivíduos, espécies, populações e comunidades, descrevendo suas afinidades, tro-

cas, competições e afetações; de maneiras diversas mas, sobretudo, por meio de cadeias alimentares e da descrição de interações e opções de cada um destes elementos. Ocupam-se de estratégias de caça, de estratégias de sobrevivência, de resistência a condições adversas, de estratégias de acasalamento e reprodução etc. De sua evolução e dinâmica sob diversos esquemas organizacionais. Sob um ponto de vista mais teórico, conceitos como clímax e nicho, guardam estreita relação quer com a dinâmica no espaço-tempo, quer com as relações alimentares e de recursos.

Para todos esses focos de interesse, várias formas de interação, bem como suas descrições matemáticas, intervêm. Contudo, interações pressupõem associações, por proximidade ou outra forma de conexão. Se considerarmos as formas de associação mais imediatas, envolvendo trocas de matéria e energia, temos as cadeias e redes tróficas; que são comumente representadas como na Figura 2.1.

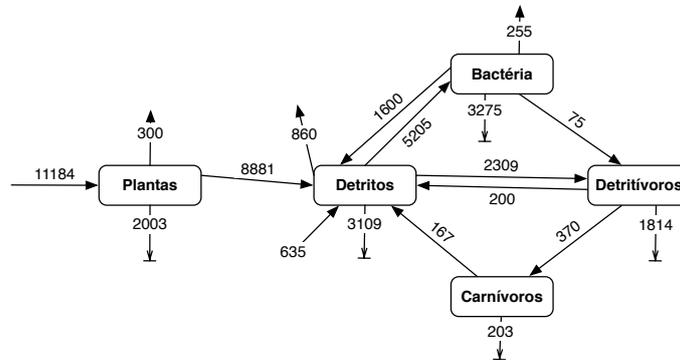


Figura 2.1: Fluxo de energia no ecossistema de Cone Springs ( $kC/m^2 a$ ), apud Ullanowicz [66].

Do ponto de vista matemático, esta representação é um grafo. Grafos são estruturas matemáticas definidas por um par  $\{V, A\}$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  o das arestas [34]. Elas representam associações e relações de uma forma bem genérica [56]. Do ponto de vista ecológico elas representam interações possíveis ou efetivas e, quando rotulados, fluxos ou estoques.

Segundo Ulanowicz [66], dada uma rede trófica com arcos anotados (fluxos), é possível decompô-la em uma série de ciclos mais um grafo acíclico residual (ver Figura 2.2). Nesta decomposição a soma dos fluxos dos arcos homólogos em cada componente cíclico e no residual é igual ao do grafo original. Ela fornece informações de relevância ecológica, visto ciclos serem estruturas biológicas potencialmente estáveis. Se os vértices do grafo trófico refletem populações, ou coleções de indivíduos, uma interpretação da ocorrência do mesmo vértice em diferentes sub-grafos (cíclicos ou não) é que frações da população atuam em cada um deles.

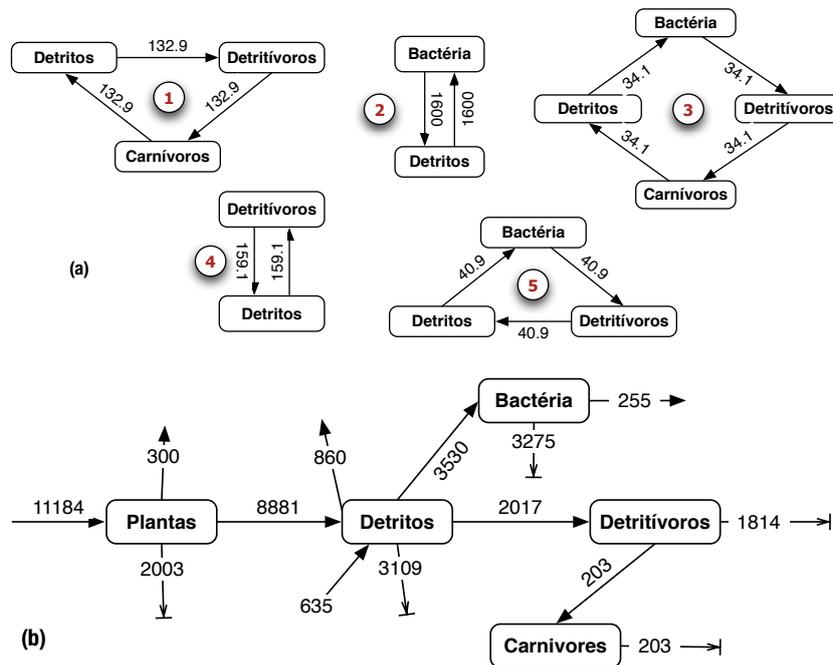


Figura 2.2: Decomposição da rede energética de Cone Springs, Ulanowicz [66]: (a) Ciclos; (b) Grafo acíclico residual.

Esta decomposição também leva a uma análise sobre estabilidade diferenciada. Se usarmos a TGS como base, a natureza aparece como um intrincado e complexo novelo de processos homeostáticos, que a

interação homem-natureza perturba [69]. Visto dessa forma, um ecossistema é caracterizado por sua estabilidade dinâmica, e preserva sua identidade através de um processo de auto-regeneração contínuo. Isto, interpretado na TGS, significa que nenhuma conexão, nenhum componente do sistema se rompe ou deixa de “funcionar”, ou seja, de reagir aos estímulos que recebe. Dessa forma, os ciclos da decomposição de Ulanowicz adquirem uma conotação importante na análise de sustentabilidade, indicando seus pilares.

## 2.4 Conexões

Mesmo havendo muito a investigar nas possibilidades de uso da Matemática nas pesquisas ecológicas, sob o enfoque acima, de equações e redes tróficas, é possível estabelecer um vínculo entre as duas visões. A equação (2.3.2) reflete, basicamente, uma contabilidade proveniente das leis de conservação de massa e energia; o termo  $\text{Var}_{\vec{x}}$  contabilizando o que se moveu e o termo  $\mathcal{I}(\cdot)$  o que se transformou. Visto o grafo trófico refletir apenas transformações, podemos ignorar as variações no espaço nesta comparação inicial. Padrões de distribuição espacial, como estudados por ecólogos, têm relação com propriedades espaciais das soluções da equação (2.3.2) mas esta comparação está além do presente contexto.

Precisamos então associar  $\mathcal{G} = \{\mathbf{V}, \mathbf{A}\}$  às equações (2.3.1) e (2.3.2). Isto pode ser feito da seguinte forma, sendo  $n$  o número de fatores em estudo, como acima. Para cada  $c_i$ , seja  $v_i \in \mathbf{V}$ , onde  $\mathbf{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$ . Ou seja, o número de elementos em  $\mathbf{V}$  é o mesmo do das componentes do vetor  $\vec{c}$ .

Para associar os arcos em  $\mathbf{A}$ , observe que  $\mathcal{I}(\cdot)$  pode ser escrito em termos de suas componentes,  $\mathcal{I}_i(\cdot)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , onde cada  $\mathcal{I}_i$  é função das variáveis  $c_1, \dots, c_n$ . Diremos que há um arco  $a_{i,j} \in \mathbf{A}$  ligando o vértice  $v_j$  ao vértice  $v_i$  ( $v_j \rightarrow v_i$ ) sempre que o fator representado por  $c_j$  afetar a dinâmica espaço-temporal de  $c_i$  de forma não trivial. Para que isso aconteça, é necessário e suficiente que  $\mathcal{I}_i$  não seja identicamente nula como função de  $c_j$ , para algum conjunto de valores para as variáveis  $c_{j'}$  onde  $j' \neq j$ , considerados como parâmetros. Assim temos

que:

$$(\exists c_{j'}, j' \neq j) \mathcal{I}_i(c_j; \cdot) \neq 0 \quad \left[ \begin{array}{l} c_i \longleftrightarrow v_i \\ \Leftrightarrow a_{i,j} \in \mathbf{A} \end{array} \right] \quad (2.4.3)$$

onde  $\mathcal{I}_i(c_j; \cdot)$  denota  $\mathcal{I}_i$  como função de  $c_j$ , tendo todos os outros  $c_{j'}$  como parâmetros.

Vemos, portanto, que o grafo trófico reflete, em todo ou parte, as matrizes de incidência do Jacobiano da função de reações  $\mathcal{I}$  e do Hessiano de suas componentes  $\mathcal{I}_i$ . Dessa forma, é um retrato estático de aspectos dinâmicos, que pode ser enriquecido através de rótulos nos arcos e vértices de  $\mathcal{G}$ . Aqui, entretanto, a associação deixa de ser tão imediata, dado a pluralidade de opções que temos para atribuir estes rótulos.

As equações (2.3.2) são mais ricas do que parece a primeira vista. Além de identificar claramente as mudanças no estado do ecossistema que ocorrem no espaço físico e no espaço de fase, sua expressão em termos de  $\text{Var}_t(\cdot)$ ,  $\text{Var}_{\vec{x}}(\cdot)$  e  $\mathcal{I}_i(\cdot)$  fornece, na realidade, um esquema para gerar modelos em contextos matemáticos ou não. Primeiro porque podemos usar como argumentos dos termos  $\text{Var}_{(\cdot)}$  qualquer função ou transformada de  $\vec{c}$ , permitindo que representemos o estado do ecossistema de várias outras maneiras. Por exemplo, podemos considerar como argumento dos termos de variação a integral de  $\vec{c}$ , ou de alguns  $c_i$ , numa região do espaço geográfico, obtendo quantidades totalizadas que, no caso de populações, é seu número de indivíduos.

Segundo, como esquema, elas são também independentes do contexto (ver seção 1.1), facilitando a expressão das variações e interações das mais diversas formas. Por exemplo, há várias formas de expressarmos computacionalmente a variação no espaço, sem ser através da discretização de operadores diferenciais; por transições em espaços celulares sendo uma delas. Além disso, ao migrarmos para o contexto computacional, a expressão da interação  $\mathcal{I}$  como função deixa de ser conveniente ou necessária, e devemos olhá-la como uma relação genérica, que melhor se expressa como um grafo ou hipergrafo. Neste contexto, passa a haver também maior liberdade nos rótulos admissíveis para vértices e arcos, que podem deixar de ser quantidades, passando a regras e algoritmos. A exploração destas possibilidades está, contudo,

fora do escopo deste texto.

## Exercícios

**Exercício 2.1.** *O tamanho de uma população pode ser representado pela quantidade de seus elementos ou pela densidade populacional (média). Cite algumas diferenças de cunho matemático e computacional, relativas às variáveis e espaços de estado, num e noutro caso.*

1. *Isto é, quais valores são possíveis, quais as principais características e propriedades dos espaços de estado, quais equações podemos usar etc.*
2. *Considere também a representatividade do estado (isto é, quão bem a “realidade” é representada pelas quantidades que compõem o estado do sistema). O que você pode dizer a esse respeito?*
3. *Há alguma fórmula para decidirmos qual representação usar, ou isto é uma escolha? Se é uma escolha, há uma “melhor escolha”? Essa escolha é sempre uma solução de compromisso?*

**Exercício 2.2.** *Segundo seu entendimento, o que está contido em (2.1) e (2.2) é uma definição ou uma descrição? Elas diferem sobre esse aspecto? Por quê?*

**Exercício 2.3.** *A decomposição em ciclos da rede trófica e a concomitante reorganização de seus elementos poderia ajudar na identificação de um ecossistema, segundo a definição (2.1)? E segundo a definição (2.2)? Em cada caso, como?*

**Exercício 2.4.** *Que condições uma população deve satisfazer para que a densidade populacional (número de indivíduos por unidade de área ou volume) ou a concentração (massa por unidade de área ou volume) e interações nelas baseadas sejam uma boa representação da população e seu comportamento? Nota: Aqui estamos cometendo um abuso de linguagem, nos referindo a conjuntos de moléculas ou partículas como “populações”.*

**Exercício 2.5.** *Uma pergunta importante a respeito de um ecossistema, para os ecólogos, é como ele evoluiu chegando a ocupar o presente espaço e ter a presente rede  $\mathcal{G}$  de interações. Dado a associação (2.4.3) e a discussão neste capítulo, você acha que as equações (2.3.2) poderiam ajudar a responder esta questão? Justifique sua resposta.*

## Capítulo 3

# A Paisagem Amazônica

### 3.1 Introdução

Descrever o indescritível. Eis uma tarefa difícil. Nada que escrevamos pode se comparar à experiência de andar através da floresta; navegar dentre seus rios, canais e igapós; ou, cavalgando pequena piroga, magistralmente conduzida em absoluto silêncio, apreciar o alvorecer em meio à floresta alagada.

Andar, contornando raízes duas vezes o nosso tamanho, encontrando e reencontrando árvores e arbustos de diversas espécies e tamanho. Reparar padrões em sua distribuição que, frequentemente, aproxima indivíduos de determinadas espécies. Árvores, algumas do tamanho de arranha-céus, outras pequenas, quase arbustos. Tem-se a impressão de uma floresta abaixo doutra. Andar, pisando um solo irregular mas macio de humo; tropeçando em folhas e gravetos de escala amazônica. Andar naquele morno-úmido, sentindo os aromas inebriantes da floresta que, quando alagada, podem ser até mesmo embriagantes. Navegar, anotando aves, animais terrestres e aquáticos, na cheia comendo frutos como pássaros, ou pousados em enormes bancos de macrófitas, que flutuam face às margens ou se destacam como ilhas. Às vezes surge um boto ou outro peixe maior que, arredio, se mantém ao largo. Difícil de ver em águas turvas ou escuras, mais fácil quando são claras. As águas são uma variedade. A pesca, outra.

O interior da floresta alagada, sob o dossel das árvores, é algo à parte, particularmente ao amanhecer. Os ruídos da noite se esvaem. De um silêncio absoluto durante os momentos da pré-aurora, começam a surgir sons. Pequenos e esparsos no início. Os timbres se avolumam e na escala de sons se dispersam, indicando miríades de insetos. O ruído aumenta; partindo, quiçá, de milhões de pontos, mas de cada um deles ainda em pequena intensidade. Surge a luz, pálida num recanto. Trinados, os trinados chegam. Poucos e tímidos no início, se avolumando devagar, se diversificando e tecendo uma textura sonora inigualável. Pano de fundo para quê? Peixes saltam próximo à piroga; alguns pequeninos, outros de bom tamanho; nenhum muito grande. E vêm os sons maiores das árvores em redor, e de longe. Ouvir tal pirâmide de sons, faz-nos imaginar outros vivos que emitem sons inaudíveis ou emitem nenhum; quer por muito pequenos, quer por dormitarem submersos. Pirâmide de vida.

Experiências como estas fazem-nos sonhar o emaranhado do bioma amazônico, pujante mesmo que baseado num parco levantamento de dados, e muito ajuda na sua compreensão. Contudo, para podermos desenvolver modelos matemático-computacionais, carecemos de uma descrição mais acurada do objeto de estudo, mesmo que de forma não tão condensada. (Em tempo, para efeito deste texto, uma paisagem é uma coleção de ecossistemas espalhados em uma região geográfica, na forma como percebidos, enquanto que bioma se refere ao conjunto de organismos, fenômenos e processos biológicos em uma dada região.) As descrições sobre a Amazônia aqui apresentadas, entretanto, estão longe de serem exaustivas ou completas em qualquer sentido que seja. Apesar de muitos dados ainda serem necessários para começarmos a traçar um esboço adequado da Amazônia, a quantidade deles já disponível é substancial. Tomamos um certo cuidado para, na medida do tempo e espaço disponíveis, não colocar informações demais e apresentá-las de uma maneira que não fosse dispersiva. Sua seleção visa apenas fornecer uma base para a elaboração dos modelos discutidos nos capítulos seguintes.

Apesar de, a cada dia que passa, na medida da disponibilidade de recursos e suporte logístico, aprendermos mais e mais sobre a

Amazônia, o grosso dos fatos aqui descritos já é conhecido há algum tempo. Para mais informações e detalhes ver [12, 13, 50, 55, 61]. Pesquisas mais recentes podem ser obtidas em [30, 41] ou em *sites* de projetos como o LBA [53].

Neste capítulo, adotamos um estilo de redação diferente, meio que impressionista. Nos outros capítulos, escritos majoritariamente por um de nós, procuramos sempre buscar uma homogeneidade de expressão. Neste, deixamos propositamente parágrafos escritos por cada um, em momentos distintos, praticamente intactos, a fim de criar um mosaico que, esperamos, expresse a enorme variedade do ambiente amazônico.

## 3.2 Amazônia

Para efeito deste texto, uma **paisagem** é tudo que existe espalhado em uma região geográfica, na forma como percebido, dotada de uma identidade com relação a aspectos geo-físico-químico-morfológicos e, eventualmente, bióticos. Biótico qualifica todos os substratos e processos que tornam a vida possível; **bioma** se refere ao conjunto de organismos (de quaisquer reinos) que ocorrem nos habitats de uma grande região [26]; enquanto que **biota** se refere à totalidade dos processos relativos à vida da região ou de uma era geológica. Daí podemos nos referir a uma paisagem lunar, sem considerar bioma e biota, e ao bioma de um lago, sem a menor referência à paisagem na qual está inserido. Apesar de serem conceitos muito próximos, consideramos aqui que a biota contém o bioma, pois na biota estão incluídos processos que favorecem a vida, sem serem originários de organismos.

A paisagem amazônica se estende desde o Oceano Atlântico até a Cordilheira dos Andes, desde o Planalto Central Brasileiro até os maciços das Guianas e a planície do Orinoco, onde a transição de uma a outra é difícil de discernir. Ocupa praticamente toda a planície e parte dos contrafortes, tanto da cordilheira e dos maciços como do planalto. É uma planície não muito plana, havendo colinas e depressões localizadas, algumas com cerca de 300m de desnível. Todavia, o declive médio em direção ao oceano é pequena, estando a foz do Rio

Negro, próximo à cidade de Manaus e distante cerca de 1500 km do oceano, a uma altitude de 15m acima do nível do mar [61]. Ela varia de  $1\text{cm}/\text{km}$  nas águas baixas a menos que  $2\text{cm}/\text{km}$  nas águas altas. A topografia é determinada principalmente por ondulações que criam as colinas e depressões, que podem chegar abaixo do nível do mar, como em alguns pontos do leito do Rio Negro. O solo é praticamente estéril, em grande parte da região, e o lençol freático importante, tanto para os fenômenos hidrológicos como os bióticos.

O rio Solimões-Amazonas corre de oeste, das regiões pré-andinas e do altiplano boliviano, para leste, até o Oceano Atlântico, um pouco ao sul da linha do Equador. Sua largura é de cerca de  $2\text{km}$ , na altura de Iquitos (a  $3600\text{km}$  da foz), passando a  $4\text{--}5\text{km}$  no baixo Amazonas, logo após a foz do Rio Negro (a  $1500\text{km}$  da foz), e a  $6\text{km}$  na altura de Santarém, variando a profundidade média de 40 a 50m. A bacia do Solimões-Amazonas está conectada à do Orinoco pelo canal de Casiquiare, e à do Paraná de uma forma intermitente e não totalmente determinada. Ao longo dos rios amazônicos, principalmente dos maiores, formam-se lagos temporários ou permanentes, que podem ser submersos durante as cheias. É comum estes lagos apresentarem condições anóxicas. A fauna aquática, porém, está adaptada tanto a estas condições como as profundas alterações em seu ambiente que ocorrem durante a cheia (ver seção 3.3).

Assim, em geral, seus afluentes provêm quer do norte, quer do sul, o quê tenderia a manter um certo equilíbrio no aporte de água à bacia hidrográfica, devido à alternância dos períodos de regimes chuvosos ao norte e ao sul do Amazonas. Todavia, diferenças no caudal dos vários rios, flutuações locais e anuais no regime de chuvas devido em parte à extensão da Amazônia, e o degelo andino alimentam um regime anual de águas altas e baixas — chamado *pulso amazônico* ou *de inundação*. Este pulso, cuja amplitude máxima varia ao longo do rio Amazonas, se propaga como uma onda de oeste para leste, diminuindo de amplitude à medida que se aproxima da foz (ver seção 3.3 adiante).

O clima é chuvoso a maior parte do ano e em toda a região, havendo períodos de maior ou menor precipitação. A pluviometria média anual, entretanto, varia bastante na planície; havendo inclusive um corredor

aproximadamente na direção norte-sul chamado “corredor da seca”. O regime de chuvas é comandado pelo vapor d’água, que provêm do oceano, e pela evapotranspiração, que repõe na atmosfera umidade não aprisionada pela vegetação. Além disso, de dia a energia do Sol move também este sistema, donde a precipitação se reduz à noite. Estes fatores induzem um trem de ciclos de precipitação-evapotranspiração que se desloca do Oceano Atlântico em direção à cordilheira dos Andes. A menor quantidade de energia motora à noite causa a formação do corredor da seca, uma região bem delimitada onde os índices pluviométricos são bem menores que no resto da Amazônia. Mesmo assim ainda chove bastante lá, se comparado a outras paisagens do planeta. O regime de chuvas é afetado por fenômenos de longo alcance como o El Niño e frentes frias do sul que, por vezes, alcançam vastas áreas da paisagem amazônica.

A biodiversidade das florestas tropicais, a amazônica em particular, é bem divulgada hoje em dia. Seu verdor inigualável dá a impressão que esta diversidade está uniformemente distribuída por toda a região. Mesmo parecendo coesa, uniforme e perene a um olhar não treinado, a Floresta Amazônica é dinâmica e variada, possuindo diferentes biomas e ecossistemas, bem como cada porção sua estando em diferentes estágios de desenvolvimento. Isto é, em seus vários estágios sucessionais. Há, por exemplo, campinaranas, florestas de terra firme, florestas de igapó (alto igapó, baixo igapó), florestas de várzea (várzea alta e várzea baixa). Cada um desses tipos se subdividindo em vários outros, e adquirindo colorações particulares dependendo de sua localização. Algumas árvores na Amazônia atingem cerca de 60m. Visto não serem eternas, um dia morrem, caem e, com isto, formam uma clareira respeitável. Com o tempo, a vegetação se recompõe neste local e, gradativamente, volta a ser uma floresta madura. Daí seu aspecto naturalmente dinâmico.

Como todas as florestas tropicais, a Floresta Amazônica possui camadas bem definidas. Isto é, as espécies vegetais podem ser grupadas segundo a altura de seus indivíduos adultos, e esses grupos possuem faixas de altura bem definidas que, em geral, não se interceptam. A variação das condições climáticas no dossel da camada superior é enorme,

em termos de temperatura, umidade, luminosidade, precipitação etc. Ela forma, entretanto, uma região de tamponamento, e mantém um micro-clima quente, húmido e cada vez mais penumbroso nas camadas inferiores que muito favorece a decomposição do material orgânico na serrapilheira. Ou seja, há uma organização apropriada aos processos catabólicos, fato essencial na manutenção da alta produtividade desses biomas, devido ao solo pobre. A Floresta Amazônica possui, todavia, uma característica singular que é a inundação anual de uma parte significativa de seu bioma.

### 3.3 As Áreas Alagáveis

Como consequência do clima, uma grande porção das florestas Amazônicas, ao longo dos rios, é afetada por alagamentos anuais. Nela se aloja parte substancial, cerca de 90%, da população rural da região amazônica. Estimativas recentes indicam que sua extensão é cerca de 300 000  $km^2$ , ou 20% da área total da paisagem [72]. Assim, os ecossistemas amazônicos alagáveis são um importante recurso sócio-econômico para os procedimentos de extração, agricultura e cultivo de gado para a população rural e regional.

Sabe-se que a qualidade das águas dos rios amazônicos não é uniforme ao longo da bacia [50]. A tipologia mais tradicional divide as águas amazônicas em pretas, brancas, e claras; cada tipo sendo definido por diferenças em sua composição físico-química. Falando de forma aproximada, os rios que tem águas brancas são ricos em nutrientes e os de águas pretas são pobres em nutrientes e ricos em componentes orgânicos complexos, as águas claras ficando a meio termo. As características das águas que escoam dependem da estrutura biótica e da composição do solo ao longo do leito dos rios. Entretanto, investigações recentes ajudadas pelo sensoriamento remoto mostram que a natureza das águas amazônicas é bem mais complexa do que pensamos [44].

As regiões alagáveis amazônicas, possuem uma variabilidade intrínseca, oscilando entre dois sistemas independentes: um sistema aquático e terrestre, nas águas baixas, e um sistema híbrido, aquático-

terrestre, nas cheias (Figura 3.1). O pulso anual das águas não apenas provoca acréscimos e decréscimos na densidade das populações existentes nas áreas alagadas, como também afeta seu ciclo vital e suas relações tróficas, aportando novas populações a estes sistemas [9, 68] (Figura 3.2).

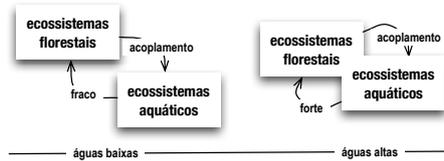


Figura 3.1: Variações nos ecossistemas alagáveis.

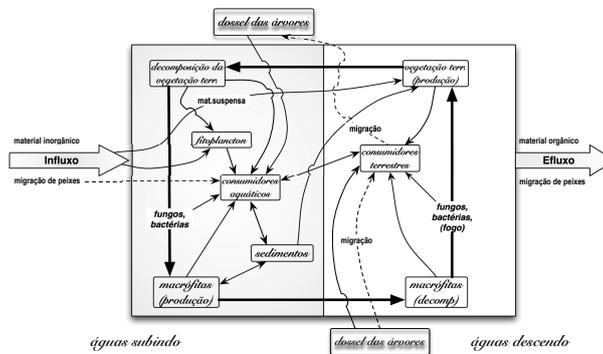


Figura 3.2: Rede trófica nos ecossistemas alagáveis. Simplificado de Junk [61, cap. 8].

A cheia não é uniforme ao longo da paisagem. Devido ao regime climático, ao degelo nos Andes, ao nível médio de outros tipos de variáveis topográficas e características morfológicas de várias regiões da Amazônia, as águas não surgem de forma uniforme ou simultânea de qualquer lugar. A média da amplitude anual da variação do nível da água pode alcançar até 16m na Amazônia ocidental, 10m na Amazônia central e 6m na Amazônia oriental. Tais variações anuais são geralmente denominadas pelos ecologistas da Amazônia como *pulso de inundação* [32]. O pulso das águas resulta em uma fase aquático e

terrestre em todas as áreas da região alagável amazônica ao longo do ano [31, 32], e a rede de comida e de transferência de energia varia de acordo.

A composição e o comportamento dos ecossistemas alagáveis em diferentes pontos da paisagem amazônica dependem do regime local do pulso, das características da água, e do tipo de solo; sendo distinta das florestas não-alagáveis (*de terra firme*). Por exemplo, as florestas alagáveis contêm normalmente menos espécies de árvores que as contrapartes não-alagáveis da mesma região [51, 71]. As florestas alagadas por águas brancas (várzeas) diferem profundamente das florestas alagadas de águas pretas (igapó) [32, 50]. Algumas espécies podem ocorrer em diferentes lugares mas os ecossistemas como um todo variam sua forma de região para região. Além disso, o comportamento dos indivíduos da mesma espécie em diferentes localidades e diferentes ambientes diferem de maneira importante [70], assim como, a dinâmica sucessiva dos ecossistemas ao longo do tempo e do espaço [60, 70, 71].

Conseqüentemente, esses ecossistemas apresentam uma variabilidade não trivial em sua estrutura trófica (em geral, refletindo sua rede de cadeias alimentares) que impõe dificuldades em analisar a sustentabilidade, já que os estoques de biomassa não são determinados apenas pelo comportamento do ecossistema, nem podem ser determinados antecipadamente. Por outro lado, a migração de populações humanas com culturas distintas e tecnologias para a região amazônica, assim como as interações com grupos de pesquisa, engenheiros ambientais, ou organizações ambientais cientes também aumentam a população da paisagem, modificando hábitos, métodos e procedimentos de manipulação ambiental nos sistemas de produção e social local, afetando a natureza das interações do homem com o ecossistema.

As áreas alagáveis destacam-se pela riqueza de diversidade biológica. Na medida em que são áreas de acúmulo de sedimentos e nutrientes, podem se constituir em purificadores naturais e mantenedores da qualidade da água dos rios que lhes deram origem. Por serem áreas de elevação de água, podem também atuar no controle de secas e enchentes, mantendo elevada produtividade biológica no período de seca. A

inundação sazonal constitui-se a base da biodiversidade de algumas áreas da Amazônia. Durante os meses chuvosos, boa parte da área fica alagada, enquanto que no período de águas baixas observa-se uma diminuição da altura de lâmina d'água dos rios que permeiam a região. As espécies vegetais variam em função da umidade do solo, altura e tempo de alagamento mostrando-se, em geral, adaptadas à sazonalidade da inundação. Devido aos incentivos agrícolas e de desenvolvimento dados ao norte do país, as áreas alagáveis experimentam forte pressão com descaracterização de suas funções eco-hidrológicas com eventual desaparecimento da área alagável em função das demandas competitivas da agricultura, recreação e turismo.

## Exercícios

**Exercício 3.1.** *Baseado no que você sabe sobre a Amazônia, faça uma lista de aspectos importantes e um diagrama descrevendo como eles se relacionam ou se influenciam mutuamente. Você consegue identificar este diagrama como um objeto matemático?*

**Exercício 3.2.** *Visite alguns dos (preferencialmente todos os) seguintes sites:*

- <http://www.museu-goeldi.br>
- <http://www.inpa.gov.br>
- <http://www.geoma.lncc.br>
- <http://www.wwf.org.br>
- <http://www.ipam.org.br>
- <http://www.ufpa.br>
- <http://www.ufam.edu.br>
- <http://www.socioambiental.org>
- <http://www.fft.org.br>

- <http://www.fvpp.org.br>
- <http://internet.boticario.com.br>
- <http://zeebr163.cpatu.embrapa.br/index.php>

Escolha algumas descrições da Amazônia e responda:

1. *Estas descrições são iguais?*
2. *O quê há de comum ou discrepante nelas?*
3. *Quais fatores são mais relevantes em cada uma delas?*
4. *Em que tipo de modelo (visão) da Amazônia elas estão baseadas?*

**Exercício 3.3.** *Procure descrições da Amazônia na mídia (revistas, TV, jornais etc) e repita o exercício acima para estas novas descrições.*

**Exercício 3.4.** *Identifique, nas descrições sobre a Amazônia e outros sistemas ambientais ao seu alcance, aspectos e fatores cuja sustentabilidade deva ser estudada. Justifique por que é importante sustentá-los.*

**Exercício 3.5.** *Baseado no que foi visto no capítulo 2, discuta como se poderia identificar um ecossistema numa terra firme (não alagável) da região amazônica segundo as definições 2.1 e 2.2. Você diria que estas são estritamente falando definições ou uma descrições? Por que?*

**Exercício 3.6.** *Discuta agora como um ecossistema poderia ser identificado nas áreas alagáveis, considerando as variações impostas pela variação anual na altura do espelho d'água, segundo cada uma das duas definições de ecossistema.*

## Capítulo 4

# O Escoamento através da Floresta

### 4.1 Introdução

O alagamento sazonal é responsável pelos ciclos biogeoquímicos, logo, alterações na dinâmica da água dos rios irão interferir na dinâmica dos nutrientes e do carbono e, conseqüentemente, na manutenção da vida desse ambiente. Para melhor compreender o funcionamento hidrológico das áreas alagáveis, modelos de escoamento são uma ferramenta promissora, pois permitem entender o funcionamento hidrológico natural e antecipar os efeitos de possíveis alterações na hidrologia local devido ao manejo inadequado do uso da água.

Neste capítulo utilizaremos as chamadas equações de Navier-Stokes que descrevem o escoamento de fluidos. São equações que permitem determinar os campos de velocidade e de pressão. Elas são um dos mais úteis conjuntos de equações existentes porque descrevem a física de um grande número de fenômenos de interesse econômico e acadêmico: desde modelos de clima, corrente oceânicas, fluxos da água, até estudo do fluxo sanguíneo, análise dos efeitos da poluição, etc. As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais parciais de segunda ordem não lineares, e sua solução, mesmo para casos muito

simples, pode envolver grande dificuldade matemática. O estudo de grande parte dos problemas de mecânica dos fluidos é desenvolvido através de modelagem computacional. Nesta, um modelo matemático, como o aqui apresentado, é desenvolvido com base na fenomenologia do problema considerado. A partir deste modelo, um sistema de equações diferenciais parciais específico é desenvolvido um modelo computacional ou utilizado um código computacional comercial, para a execução de simulações numéricas, obtendo-se assim projeções temporais da solução do problema. Esta solução é condicionada pelas condições iniciais e condições de contorno do problema, que estabelecem as condições de evolução deste no tempo e no espaço. A última seção apresenta um modelo numérico útil no tratamento das equações que descrevem o escoamento.

## 4.2 Modelo Conceitual

Neste curso, estamos interessados particularmente em estudar o escoamento através da floresta alagável, com especial atenção a dois fatores. Primeiramente, nota-se que a área de estudos pode ter centenas de quilômetros de extensão mas, em geral, suas águas tem profundidade inferior a 50m. A Figura 4.1, ilustra uma situação típica na área alagável, onde observa-se (a) como se dá o escoamento, e (b) a topografia.

Também é importante notar que as áreas alagáveis possuem uma grande diversidade de cobertura vegetal, cujos troncos tem diâmetros que variam de centímetros até vários metros. Um modelo numérico ou computacional não será capaz de reproduzir geometricamente a presença de cada árvore no domínio do problema. A influência da vegetação no escoamento será objeto de estudos do exemplo apresentado ao final do capítulo.

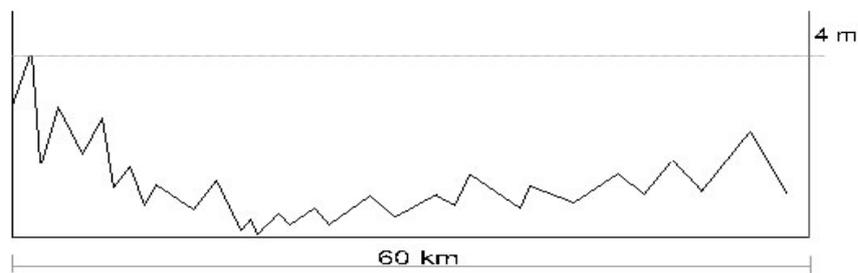
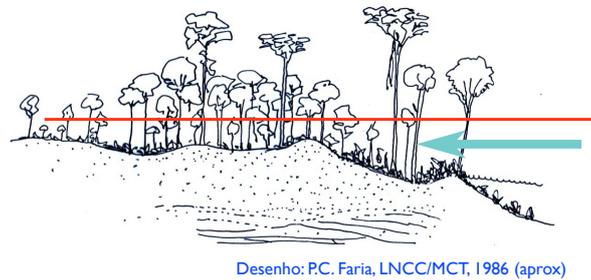


Figura 4.1: (a) Situação Típica na Área Alagada - (b) Topografia.

### 4.3 Modelo Matemático

A mecânica dos fluidos é a parte da física que estuda o efeito de forças em fluidos. Os fluidos em equilíbrio estático são estudados pela hidrostática e os fluidos sujeitos a forças externas diferentes de zero que induzam movimento, são estudados pela hidrodinâmica, ou seja, como os fluidos não apresentam resistência quando submetidos a forças de cisalhamento, a ação de forças externas, sejam forças de contato ou forças gravitacionais, induz movimento sobre eles, como o que ocorre na superfície dos rios.

A hidrodinâmica de uma área alagada é influenciada tanto por fatores internos quanto externos. Os fatores internos incluem a topo-

grafia, a distribuição espacial da vegetação e as condições de entrada e saída do modelo [63]. O uso de um modelo computacional permite a investigação dos efeitos da variação topográfica e da distribuição da vegetação sobre o escoamento do fluido. Um modelo como este pode ter como variável principal o tempo de permanência do escoamento, que é a medida da variação do tempo de retenção da água que entra na região de estudos. Esta medida fornece o tempo necessário à renovação da água em diferentes condições de vazão, variável essa, fundamental na avaliação da capacidade de suporte do rio ou lago. O modelo também pode considerar o campo vetorial de velocidades, onde os vetores de fluxo são representados levando-se em consideração sua direção e magnitude. Com este tipo de análise é possível verificar os padrões do escoamento ampliando-se o entendimento da hidrodinâmica da área alagável. O escoamento em um sistema é considerado pela mecânica dos fluidos através das equações da continuidade e de Euler para fluidos ideais e das equações de Navier-Stokes para fluidos reais, quando não haja variação significativa de energia térmica. Estas equações retratam o escoamento através da preservação da continuidade e da quantidade de movimento [65]. Pode-se verificar mais detalhadamente a dedução das equações de Navier-Stokes na referência [62]. O modelo matemático dado pelas equações de Navier-Stokes [7, 8, 16, 19], considera o escoamento de um fluido viscoso no domínio  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ( $N \in \{2, 3\}$ ) ao longo do tempo  $t \in [0, T]$ , caracterizado pelas variáveis: velocidade  $\mathbf{u} : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^N$ ; pressão  $p : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ ; e densidade  $\rho : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ . Uma vez que estamos considerando um escoamento incompressível, a variação da densidade pode ser negligenciada  $\rho = cte$ . O escoamento é então descrito pelo sistema de equações diferenciais parciais em forma adimensional [22],

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (4.3.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (4.3.2)$$

A equação (4.3.1) é a chamada equação do momento e a equação (4.3.2), a equação da continuidade. Como estamos lidando com pro-

blemas com escalas díspares, onde as dimensões espaciais  $x$  e  $y$  podem ter ordem de grandeza muito superior a da dimensão  $z$ , uma primeira aproximação para as equações acima é considera-las bi-dimensionais ( $N = 2$ ), ou seja, supor que o problema seja invariante na direção  $z$ . Além disso, para  $\mathbf{u} = (u, v)$ , consideramos os operadores  $div$ ,  $\nabla$  e  $\nabla^2$ , na sua forma usual:

$$\nabla p = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$div \mathbf{u} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$

a expressão  $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$  pode ser explicitamente escrita como:

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$$

onde  $u$  e  $v$  são componentes do vetor velocidade nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$  é o vetor de valores prescritos. Ainda na equação (4.3.1),  $Re \in \mathbb{R}$  é o chamado Número de Reynolds [39], um número adimensional usado em mecânica dos fluidos para indicar o regime de escoamento de determinado fluido sobre uma superfície, apontando se flui de forma laminar ou turbulenta.

Podemos escrever as equações de Navier-Stokes, em regime estacionário da forma [64, 65],

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} + f_x &= 0 \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} + f_y &= 0 \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Sujeita à condição de contorno

$$\mathbf{u} = \mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \quad \text{em } \Gamma \equiv \partial\Omega.$$

Nestas equações, a viscosidade cinemática  $\nu$  aparece em substituição a  $\frac{1}{Re}$ , e é considerada constante e  $\geq 0$ .

#### 4.4 Modelo Numérico

A modelagem computacional permite a simulação de diversos problemas. Para tanto, ela compreende várias etapas, como: a análise dos fenômenos envolvidos, o desenvolvimento de modelos matemáticos para sua descrição, e a elaboração de códigos computacionais para obtenção de suas soluções. Os resultados de suas projeções oferecem uma visão, no tempo e no espaço, do impacto de intervenções humanas, como, por exemplo, a do desmatamento de uma região de florestas, e a projeção dos seus efeitos sobre as populações afetadas; as mudanças no ciclo hidrológico desta região e suas conseqüências quantitativas e qualitativas sobre a reserva de água disponível. Alguns dos métodos de aproximação mais conhecidos são: Métodos dos Elementos Finitos, Métodos dos Elementos de Contorno, Método dos Volumes Finitos, Métodos das Diferenças Finitas, Métodos Integrais e Variacionais [74]. As equações (4.3.3) podem ser escritas como o sistema algébrico-diferencial [43],

$$\bar{\mathbf{K}}\mathbf{u} + \mathbf{Q} \mathbf{P} = \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{f}(t)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{u} = 0$$

ou ainda,

$$\begin{pmatrix} \overline{\mathbf{K}} + \mathbf{K} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{D}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.4.4)$$

Onde  $\mathbf{u}$  é o vetor das velocidades,  $\mathbf{p}$  o vetor das pressões,  $\mathbf{f}$  o vetor com os valores prescritos e as matrizes  $\overline{\mathbf{K}}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{D}$ , representam a advecção, difusão, gradiente e divergente, respectivamente. No sistema (4.4.4),  $\mathbf{D} = \mathbf{Q}^T$ .

Para a solução do sistema (4.4.4) utilizamos o Método dos Elementos Finitos [21]. Este Método consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, que mantêm as mesmas propriedades do meio original. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos, para que sejam obtidos os resultados desejados. A origem do desenvolvimento deste recurso ocorreu no final do século XVIII [21], entretanto, a sua viabilidade tornou-se possível somente com o advento dos computadores, facilitando a resolução das enormes equações algébricas. O método dos elementos finitos pode ser utilizado em diversas áreas das ciências exatas e biológicas. Utilizamos mais especificamente o método estabilizado de Petrov-Galerkin [5], onde para cada elemento do domínio  $\Omega$  em uma malha de  $nel$  elementos finitos, temos,

$$\Omega = \bigcup_{e=1}^{nel} \Omega^e \quad ; \quad \Omega_i^e \cap \Omega_j^e = \emptyset \quad i \neq j; \quad i, j = 1, \dots, nel. \quad (4.4.5)$$

Podemos então escrever cada uma das matrizes presentes no sistema (4.4.4) na forma discreta. Para efeitos de simplificação adotamos a mesma notação para as matrizes e o sub-índice ( $\hat{\cdot}$ ) para os vetores discretos das incógnitas principais do problema. O sistema discreto pode então ser escrito como,

$$\begin{pmatrix} \overline{\mathbf{K}} + \mathbf{K} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.4.6)$$

onde,

$$\mathbf{K} = -\nu \int_{\Omega} \mathbf{B}_u^T \mathbf{B}_u d\Omega$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \int_{\Omega} \mathbf{W}_u^T \mathbf{G}_u \mathbf{N}_u d\Omega$$

$$\mathbf{Q} = \int_{\Omega} (\mathbf{q} \mathbf{N}_u)^T \mathbf{N}_p d\Omega$$

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{W}_u^T \mathbf{f} d\Omega.$$

Considerando-se uma malha de elementos quadriláteros bi-lineares, temos:

$$\mathbf{N}_u = ( N_{u1} \mathbf{I} \quad N_{u2} \mathbf{I} \quad N_{u3} \mathbf{I} \quad N_{u4} \mathbf{I} )$$

$$\mathbf{N}_p = ( N_{p1} \quad N_{p2} \quad N_{p3} \quad N_{p4} )$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{u1}}{\partial x} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u2}}{\partial x} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u3}}{\partial x} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u4}}{\partial x} \mathbf{I} \\ \frac{\partial N_{u1}}{\partial y} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u2}}{\partial y} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u3}}{\partial y} \mathbf{I} & \frac{\partial N_{u4}}{\partial y} \mathbf{I} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{p1}}{\partial x} & \frac{\partial N_{p2}}{\partial x} & \frac{\partial N_{p3}}{\partial x} & \frac{\partial N_{p4}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{p1}}{\partial y} & \frac{\partial N_{p2}}{\partial y} & \frac{\partial N_{p3}}{\partial y} & \frac{\partial N_{p4}}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_u = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \right).$$

Nas equações acima,  $\mathbf{I}$  é a matrix identidade  $2 \times 2$ . Já o termo  $\mathbf{W}_u$  corresponde à parcela de estabilização de Petrov-Galerkin, dada por:

$$\mathbf{W}_u = \mathbf{N}_u + \frac{\alpha h}{2} \frac{u \left( \frac{\partial \mathbf{N}_u}{\partial x} \right) + u \left( \frac{\partial \mathbf{N}_u}{\partial y} \right)}{|u|}$$

onde  $|u| = (u^2 + v^2)^{1/2}$ . Utiliza-se a ponderação de Petrov-Galerkin devido a natureza convectiva do problema [5].

O sistema global de equações diferenciais discretas é obtido através das contribuições de cada elemento.

Devido a não-linearidade do problema, o sistema pode ser resolvido, por exemplo, pelo método iterativo de Newton [2].

Embora não seja nosso objetivo aqui abordar em detalhes a solução numérica por elementos finitos do sistema (4.4.6), encorajamos fortemente a consulta à bibliografia recomendada para um estudo detalhado sobre a obtenção do sistema e sua solução [2, 21].

## 4.5 Escoamento Através dos Troncos

Quando se trata de modelar áreas da região Amazônica, nos confrontamos logo de início com um problema de escala. A imensidão dos rios e lagos nos leva a malhas muito grandes, muito refinadas de forma a garantir uma boa representação geométrica do problema. Na modelagem de um grande lago ou rio muitas vezes o tamanho dos elementos esta em acordo com a ordem de grandeza das incógnitas do problema (velocidade, por exemplo) mas nos impede de representar a geometria de troncos e outros obstáculos. Para representar de forma grosseira a presença de obstáculos, uma idéia precipitada nos levaria a tomar o valor da média dos diâmetros e tentar construir uma malha de elementos finitos com comprimento característico igual ao valor encontrado. Isso tornaria a malha ainda maior e não garantiria uma boa representação. Uma proposta mais coerente é a de se representar a presença de troncos no escoamento através da inclusão de um termo constitutivo na equação de balanço de momento, ao invés de construir uma malha extremamente refinada e ainda assim imprecisa. Este novo termo, ou viscosidade canópica, afeta a velocidade do escoamento em função da distribuição espacial dos troncos. Um primeiro passo para a obtenção do novo termo é entender como ocorre o fluxo entre os troncos. O

experimento simples descrito a seguir pode nos ajudar a observar o campo de velocidades em um canal onde o fluxo de água se depara com 1 ou mais troncos. A Figura 4.2 mostra o domínio considerado no experimento e a malha utilizada para o caso com 1 tronco.

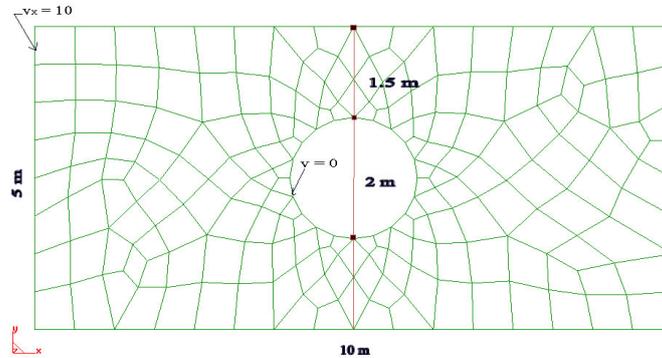


Figura 4.2: Domínio do experimento de escoamento considerando 1 tronco.

A Figura 4.3 mostra os campos de velocidade obtidos através de simulação numérica quando se tem 1 e 2 troncos como obstáculos, com  $Re = 10$  e para 3 troncos com  $Re = 1$ .

Analisando as figuras vemos que quando o escoamento se depara com a presença de um tronco, representado em nosso modelo como o círculo de diâmetro  $2m$ , há um desvio no campo de velocidades já que o fluido é obrigado a desviar do obstáculo. Este desvio causa uma perturbação que tem como consequência grandes mudanças nas velocidades. Esta perturbação pode ser melhor observada na análise com dois troncos, onde nota-se a perda de simetria da solução. Este efeito deve-se parte pela não-simetria da malha de elementos finitos, e parte pelo efeito turbulento resultante. No caso onde apresentam-se três troncos, o mesmo fenômeno também pode ser observado, mesmo para  $Re = 1$ .

O exemplo mostra como a presença de obstáculos (troncos) no escoamento pode alterar significativamente o campo de velocidades que

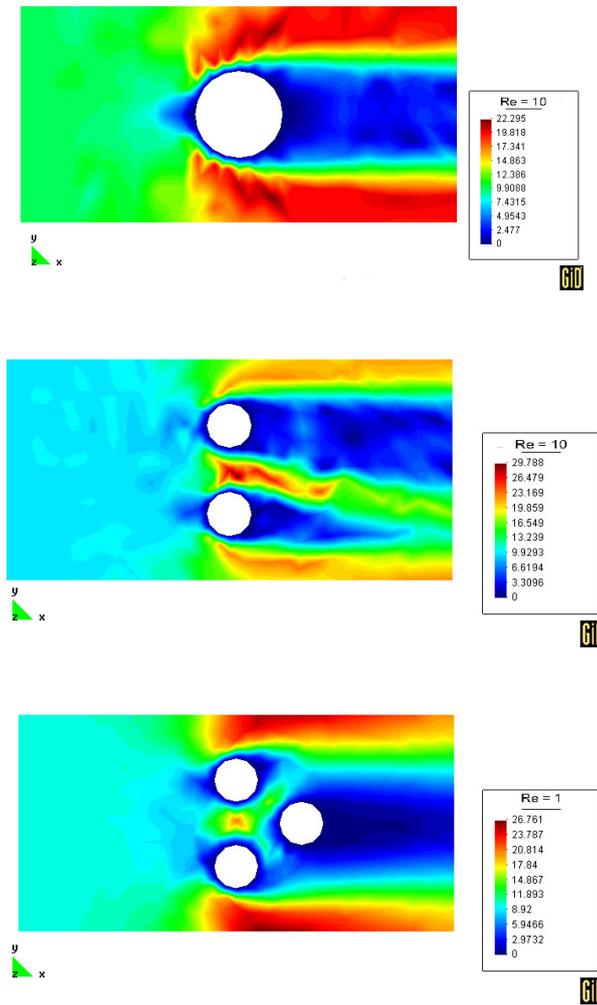


Figura 4.3: Campo de velocidades para 1 e 2 troncos com  $Re = 10$  e para 3 troncos com  $Re = 1$ .

pode chegar a zero em alguns pontos, o que indica um aumento no tempo de permanência nestes locais. Estes resultados estão em concordância com os encontrados em experimentos de pequena escala em

laboratório [15]. Além disso, o campo de velocidades resultante irá influenciar o transporte tanto de sedimentos como de substâncias ou solutos, importantes na análise biogeoquímica da água.

Sabemos que devido a grande extensão dos rios e lagos amazônicos não se pode representar geometricamente em detalhes todos os obstáculos presentes. Além disso, estes troncos podem variar muito não só em sua distribuição espacial, mas também quanto aos seus diâmetros. Representar a presença de troncos com um diâmetro médio não solucionará todas as dificuldades enfrentadas na modelagem. Uma maneira de representar com melhor eficiência a influência destes obstáculos no escoamento pode ser feita através da adição de um termo constitutivo especial na equação de balanço de momento. Este termo, conhecido como viscosidade canópica [15, 25], considera a distribuição espacial dos diversos diâmetros através da anisotropia do fluxo e não-uniformidade do campo tensorial. Porém, a identificação deste termo ainda é objeto de pesquisas [35]. Considerando o domínio discreto na forma indicada em (4.4.5), a desproporção de escala pode ser vista como o caso onde,

$$diam(\Omega) \gg \gg diam(\Omega^e).$$

Então, o modelo descrito pelas equações (4.3.1-4.3.2) deverá ser substituído por outro onde o termo:  $-\nu\nabla^2\mathbf{u}$  é substituído por:

$$\nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla \mathbf{u})$$

onde é introduzido o tensor  $\mathbf{T}$ .

O sistema resultante será:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \frac{1}{Re} \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f} \quad (4.5.7)$$

$$div \mathbf{u} = 0. \quad (4.5.8)$$

A identificação do Tensor  $\mathbf{T}$  é o novo desafio já que poderia ter infinitas soluções. Podemos restringir a escolha do tensor a partir

de alguma características do problema. A própria irregularidade da vegetação (no tamanho e na distribuição das espécies) ou fitoestrutura, que examinamos no exemplo, sugere a anisotropia do fluxo e a não-uniformidade de  $\mathbf{T}$ . Assim, se  $F$  denota uma representação matemática da fitoestrutura, então o tensor  $\mathbf{T}$  depende de  $F$ , isto é,  $\mathbf{T} = T(F)$ . A determinação desse tensor, com dependência da fitoestrutura, faz parte de um projeto de pesquisa onde serão confrontados os dados de campo com os resultados da simulação numérica e com resultados teóricos.

## Exercícios

**Exercício 4.1.** Procure na literatura indicada as seguintes definições:

- Massa volumétrica;
- Densidade;
- Pressão;
- Pressão hidrostática;
- Fluxo;
- Tipos de escoamento;
- Fluido Newtoniano;
- Fluido não-Newtoniano;
- Planície de inundação.

**Exercício 4.2.** Na análise dimensional, adotam-se a massa ( $M$ ), o comprimento ( $L$ ) e o tempo ( $T$ ) como grandezas fundamentais. Pode-se expressar qualquer grandeza física  $G$ , de natureza mecânica, em função de  $M$ ,  $L$  e  $T$ , obtendo-se, assim, a equação dimensional da grandeza  $G$ . Desse modo, a equação dimensional de  $G$ , que é indicada pela notação  $[G]$ , será dada por  $[G] = M^a L^b T^c$ . Os expoentes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são chamados dimensões físicas da grandeza  $G$  em relação às grandezas fundamentais  $M$ ,  $L$  e  $T$ . Assim, pode-se escrever todas as grandezas da mecânica em função de  $L$ ,  $M$  e  $T$  variando os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

No Sistema Internacional de Unidades (SI) são utilizadas sete gran-

dezas fundamentais:

- \* Comprimento (metro);
- \* Massa (quilograma);
- \* Tempo (segundo);
- \* Intensidade de corrente elétrica (Ampere);
- \* Temperatura termodinâmica (Kelvin);
- \* Intensidade luminosa (candela);
- \* Quantidade de matéria (mol).

O número de Reynolds para o escoamento no interior de fluidos é definido como:

$$Re = \rho \frac{\nu D}{\mu}$$

onde:

- \*  $\nu$  - velocidade média do fluido, razão entre um deslocamento e o intervalo de tempo levado para efetuar esse deslocamento;
- \*  $D$  - longitude característica do fluxo, o diâmetro para o fluxo no tubo;
- \*  $\mu$  - viscosidade dinâmica do fluido,  $[\mu] = (ML^{-1}T^{-1})$ ;
- \*  $\rho$  - massa específica do fluido, a proporção existente entre a massa de um corpo e seu volume.

Mostre que  $Re$  é um número adimensional.

**Exercício 4.3.** Considere o escoamento permanente incompressível em um canal formado por duas paredes paralelas que estendem infinitamente na direção  $z$ , como na Figura 4.4. Para este caso particular, como ficam as equações de Navier-Stokes?

**Exercício 4.4.** Considerando a solução do exercício anterior, e as condições de contorno referentes à condição de não-deslizamento:  $u = 0$ , para  $y = h$ ;  $u = 0$ , para  $y = -h$ , solucione a equação de Navier-Stokes.

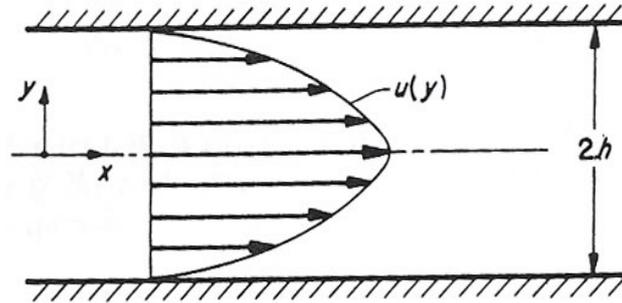


Figura 4.4: Escoamento laminar incompressível completamente desenvolvido através de um canal [62].

**Exercício 4.5. 5.** *Imagine um canal aberto de seção retangular e comprimento 100 vezes maior do que a maior dimensão da seção transversal. Por este canal escoa água incessantemente. Agora imagine que uma certa quantidade de água é jogada a jusante, como se um balde de água fosse jogado de uma vez só. Qual o efeito que a súbita adição de água pontual provocará no escoamento? Dica: Trata-se de um exemplo simples para ilustrar o fenômeno da enchente.*



## Capítulo 5

# Interação Homem-Natureza

### 5.1 Introdução

Apesar de, assim como E.P. Odum [45], considerarmos o homem como parte da natureza, este capítulo discute as interações homem-natureza em separado. A razão disso, como ficará mais claro no decorrer do capítulo, é que, devido à liberdade de decisão humana, os formalismos adequados à representação dessa interação aqui propostos são de natureza distinta dos discutidos nos capítulos anteriores. O caso aqui estudado, porém, exemplifica uma interação não destrutiva entre o homem e parte da natureza que lhe supre recursos naturais. Isto ocorre em Mamirauá, da forma como descrevemos a seguir.

### 5.2 A Reserva de Desenvolvimento Sustentável Mamirauá

A Reserva de Desenvolvimento Sustentável Mamirauá (RDSM) é uma reserva florestal brasileira localizada na Amazônia, associada ao Instituto Mamirauá para Desenvolvimento Sustentável (IDSMS) que a supervisiona [37, 54]. A RDSM está localizada na confluência dos rios Solimões e Japurá, na Amazônia Central, e o pulso de inundação tem a variação cuja amplitude média é de cerca de 11m. A região da RDSM abrange uma das mais largas áreas alagáveis ao longo do rio Amazo-

nas, tendo cerca de 50 *km* de largura. Dados recentes mostram que existem diferenças na qualidade da água em vários pontos da reserva e que isto está fortemente relacionado às características bióticas das águas aportadas pelos rios, tanto aquáticas quanto terrestres [51].

As principais características da RDSM são: a organização da população local, que participa das atividades de gestão dos recursos naturais e do monitoramento da reserva; a possibilidade de gestão da fauna e da flora, baseada em pesquisas científicas; mudança de estratégias de exploração dos recursos de acordo com as necessidades do mercado; manutenção da propriedade privada; implementação de programas para a avaliação e melhoria das condições de vida da população local; e o estabelecimento de parcerias com organizações governamentais e não-governamentais para o desenvolvimento e teste de propostas para o uso sustentável de recursos naturais [37, 54].

Vários dos tipos de espécies de madeira que existem nestas áreas alagáveis têm boa aceitação no mercado produtivo da região. Mais de 50 espécies de árvores são usadas pela população local e pelas empresas extratoras, mas apenas umas poucas destas são comercialmente interessantes. O fácil acesso e o alto número de indivíduos por área de cada espécie são fatores que favorecem o processo de extração nas regiões alagáveis [46, 47]. Muitas vezes, a extração de algumas espécies ocorre exclusivamente para ajudar no processo de transporte de outras espécies de madeira. Neste caso, os extratores usam espécies de madeiras brancas para a construção de balsas para transportar as madeiras pesadas ao longo do rio até Manaus, onde as indústrias de madeira estão concentradas.

Por outro lado, a migração de populações humanas detentoras de outras culturas e tecnologias, altera hábitos e métodos de extração e produção, afetando seus sistemas produtivo e social, e em particular o processo de extração de madeiras.

A compreensão das estratégias de adaptação das árvores nos fornece uma base para modelar sua distribuição, seu crescimento, suas necessidades ecológicas, sua sobrevivência e seu processo de regeneração. Sendo assim, a compreensão dessas estratégias juntamente com o estudo de modelos de crescimento fornece uma base de informações para

planejar a gestão e conservação das espécies de árvores exploráveis desta área [47].

Neste capítulo, como complemento da estratégia de modelagem da interação homem-natureza apresentada em [37], estudaremos e analisaremos um modelo simples de dinâmica de florestas que representa o comportamento das espécies de madeira que crescem nestas áreas. Consideraremos algumas das características fundamentais desta região, para podermos tratar o sistema ambiental como um jogador.

### 5.2.1 Os Aspectos Humanos

Não há uniformidade social na RDSM [37]. Existe migração das comunidades de dentro da reserva para fora e de fora pra dentro mas é pequena. Essas migrações freqüentemente ocasionam mudanças sociais, de métodos e procedimentos, de valores ou necessidades [37].

Em cada comunidade existem grupos que executam atividades de subsistência ligadas ao meio ambiente. Existem também, comitês eleitos associados a cada atividade que tomam as decisões sobre ações econômicas: o que colher, onde colher, quando colher e quais indivíduos serão colhidos. Essas decisões estão vinculadas às atividades relativas às populações arbóreas e aquáticas, assim como é o caso da extração madeireira [37].

As decisões referentes a madeira são condicionadas pelos seguintes itens: onde e quando os recursos estão disponíveis, estado de saúde dos indivíduos e populações arbóreas; outras atividades econômicas dentro das comunidades e onde estão sendo executadas; atividades econômicas de comunidades vizinhas e onde estão sendo executadas; leis e regulamentações oficiais; conhecimento sobre o estado e a dinâmica dos fatores ambientais; interação com representantes legais, engenheiros florestais e cientistas; interação com o sistema produtivo [37].

A interação com os pesquisadores ocorre de forma educativa e a longo prazo. Entretanto, há negociação com engenheiros florestais e as agências de regulamentação toda vez que um processo de decisão sobre quais árvores abater ocorre. As decisões relativas à extração madeireira são tomadas em duas etapas pelo comitê. Uma se relaciona com a quantidade de cada espécie a ser extraída e a outra decide quais in-

divíduos serão abatidos num ano. A primeira ocorre em consequência de uma interação com o sistema produtivo, tendo engenheiros florestais e o pessoal das agências de regulamentação como observadores. A segunda, ocorre em meio a interação com os engenheiros florestais e o meio ambiente, decidindo quais árvores abater [37]. A Figura 5.1 sumariza esta descrição.

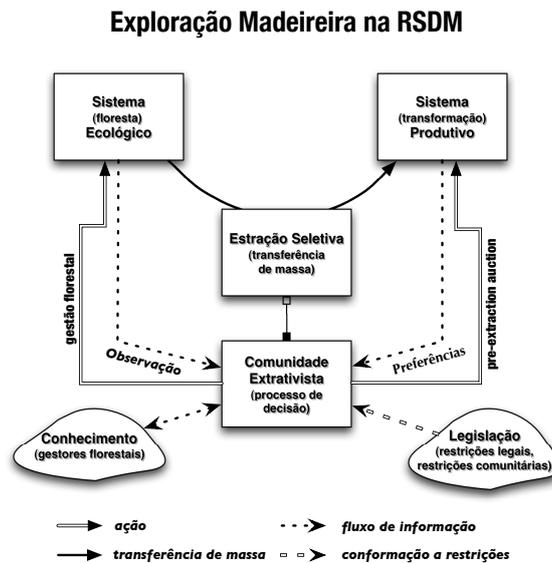


Figura 5.1: Exploração de Madeiras.

Na RDSM, a extração de madeira envolve trabalho e conhecimento dos habitantes, engenheiros florestais, pesquisadores e representantes de agências de regulamentação do sistema produtivo. As informações relevantes incluem as leis e regulamentações; conhecimento sobre o estado das populações arbóreas florestais e sobre a localização espacial das árvores; as necessidades e vontades do sistema produtivo e dos habitantes das comunidades; conhecimento sobre o comportamento dos ecossistemas e sua dinâmica; e conhecimento sobre outras atividades em comunidades vizinhas [37].

Usando Teoria dos Jogos para modelar a interação entre o sistema de produção e o comitê de decisão por um lado, e o sistema ambiental

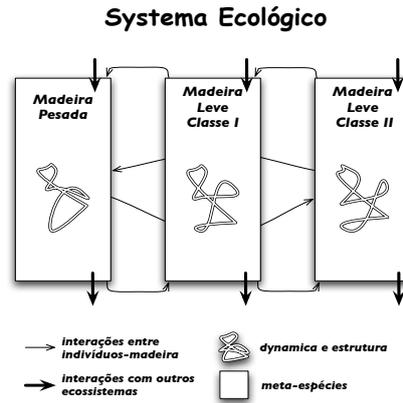


Figura 5.2: Extração de Madeiras.

e o comitê de decisão por outro, podemos considerar as decisões humanas referentes aos recursos naturais descritas nesta seção como jogadas. De uma forma geral, podemos tratar interação homem-natureza como um jogo.

Um esquema básico para a extração de madeira e suas interações com os sistemas relacionados é apresentado na Figura 5.2. A descrição acima focaliza as interações que incluem as intervenções humanas [37]. É importante observar que a aproximação da teoria de controle ótimo que é comumente empregada em Economia, pode ser moldada como um jogo de dois jogadores degenerado [11].

### 5.2.2 Os efeitos da inundação nas árvores

Com o padrão de alagamento, sedimentação e textura do solo descritos no capítulo 3, as espécies arbóreas se dispersam em zonas de vegetação ao longo do gradiente de inundação de forma diferenciada [47], como indicado na Figura 5.3 e na Tabela 5.1 que apresenta os tipos de madeira explorados na região. Além disso, devido a essas características distintas da região, existe uma grande diferença entre a flora de várzea e a de terra firme e apenas 18% das espécies de árvores são comuns aos dois ambientes [48].

É também importante ressaltar que essas variações na flora de várzea e de terra firme ocorrem até mesmo na distribuição dos indivíduos da mesma espécie.

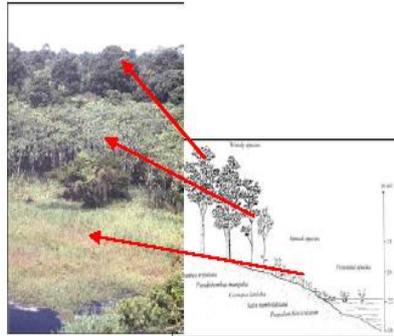


Figura 5.3: Zona de Vegetação ao longo do gradiente de inundação-Imagem retirada de [48].

<b>Madeira explorada na RDSM no ano de 2003</b>				
Espécie de Madeira	N. de Toras	%	Volume	%
<b>Madeira Branca</b>				
<i>Hura Crepitans</i>	891	42	8.082,75	59
<i>Couropita guianensis</i>	161	8	717,16	5
<i>Maquira Coriacea</i>	92	4	419,05	3
<i>Ficus insipida</i>	91	4	618,13	5
Outras 18 espécies	275	13	1.098,88	8
Subtotal	1510	71	10.935,97	80
<b>Madeira Pesada</b>				
<i>Calycophyllum spruceanum</i>	296	14	1.767,07	13
<i>Ocotea cymbarum</i>	162	8	413,76	3
Outras 10 espécies	140	7	520,08	4
Subtotal	598	29	2.700,91	20
<b>Total</b>	<b>2108</b>	<b>100</b>	<b>13.636,88</b>	<b>100</b>

Tabela 5.1: Espécies de madeira de várzea.

### 5.2.3 A população das árvores

Diferentes adaptações e estratégias de sobrevivência não foram encontradas apenas entre as espécies arbóreas, mas também entre diferentes populações dentro da mesma espécie ao longo do gradiente de inundação [47]. Estas características estão relacionadas à morfologia, fenologia e fisiologia das espécies de árvores. Comparações intraespecíficas entre o crescimento populacional nas áreas alagáveis e nas florestas não alagadas de terra firme mostram claras diferenças entre as espécies já estudadas, embora ainda não tenha sido analisado se essas diferenças são fenotípicas ou genotípicas [47].

Devido à inundação regular, as áreas alagáveis induzem a uma formação diferenciada de anéis de crescimento nas árvores, possibilitando a análise do crescimento anual das espécies arbóreas e da relação entre a produtividade das árvores e os fatores ambientais [47, 57]. A largura desses anéis está relacionada ao pulso de inundação e a variações climáticas [46, 58]. Sendo assim, inúmeros fatores aleatórios influenciam na formação das árvores ao longo da Amazônia Central. Existe uma fraca, porém significativa, relação entre a largura dos anéis de crescimento e a quantidade de precipitação durante o período de águas baixas; e uma relação mais forte entre o crescimento das árvores e o pulso de inundação [46, 47, 58].

A análise dos anéis das árvores também é usada para desenvolver modelos de previsão de crescimento das árvores, determinar ciclos de corte de cada uma das várias espécies de madeira, bem como instrumento para gestão dos recursos florestais baseado em critérios sustentáveis. A partir da estimação dos parâmetros sobre crescimento é possível definir opções de gestão específicas para diferentes espécies de madeira [37, 57].

A correlação do diâmetro com a idade pode variar de espécie a espécie. Isso depende da inundação, que fortemente afeta no desenvolvimento das árvores durante o período de águas altas e na dispersão da população. Isso pode também depender de fenômenos de longo alcance [58, 70]. A dependência na inundação é devido não apenas a alterações fisiológicas nas plantas alagadas, mas também a um forte acoplamento destas com populações aquáticas e componentes bióticos

suspensos ou diluídos na água. O alagamento realmente cria e destrói canais de transferência de massa (alimentação) e energia na cadeia de alimentação, alterando relações tróficas [37].

### 5.3 Um modelo simples

Em geral os modelos para a dinâmica das florestas devem mostrar como as variações climáticas, os processos de manejo florestal e as alterações do solo interferem na produção de alguns elementos da floresta, tais como madeira, sementes, etc.

Normalmente, as equações diferenciais que envolvem estes estudos são não lineares e por isso podem gerar uma dinâmica um tanto quanto complexa. Aqui, estudaremos um modelo simples que trata da evolução dos troncos e da biomassa das árvores das áreas alagáveis da Amazônia Central, bem como a dispersão de suas sementes, considerando os principais processos ecofisiológicos desta região.

As florestas tropicais (brasileiras) exibem uma estrutura nas copas das árvores de tal forma marcante, que os ecólogos introduzem uma classificação em camadas, definindo-as de acordo com as alturas medidas a partir da base e com os diâmetros, medidos à altura do peito [18], como mostra a Tabela 5.2:

Níveis	Camadas	$h(m)$	$D(cm)$
1	serrapilheria	0 a 1.3	0 a 1
2	árvores jovens	1.3 a 15	1 a 10
3	porte médio	15 a 25	10 a 25
4	abóboda	25 a 36	25 a 45
5	dossel	36 a 50	>45

Tabela 5.2: Classificação das árvores.

Uma vez definida a escala  $i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ), podemos descrever as áreas alagáveis da Floresta Amazônica com as seguintes coordenadas: espécie de árvore  $n$ ; número de árvores  $\lambda_n$ ; escala de tamanho  $j$  e par de coordenadas  $(p, l)$ , onde  $\lambda_n$  é o número de troncos (por unidade de

área) da espécie de árvore  $n$  que pertence a determinada camada  $i$  e o par de coordenadas  $(p, l)$  define a posição do tronco numa área considerada plana. A floresta será definida pelo conjunto de coordenadas  $(p, l, i)$ , onde cada par de coordenadas espaciais  $(p, l)$  é classificado em uma camada  $i$ .

É importante observar que os indivíduos da camada  $i$  podem ser encontrados em qualquer gradiente de inundação  $gi$ .

### 5.3.1 Equações diferenciais para a dinâmica da vegetação

Cada camada  $i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) é descrita por duas equações diferenciais, uma associada à biomassa  $B_i$  e a outra, ao número total de troncos  $N_i$  referentes à camada particular  $i$ . Quando ocorre perda na quantidade de troncos, a quantidade de biomassa diminui.

### 5.3.2 Evolução do número de troncos

A variação no tempo do número de árvores da camada  $i$  por hectare se escreve:

$$\frac{dN_i}{dt} = TN_{i-1}(gi) - TN_i(gi) - M_i(gi) - H_i(gi), \quad (5.3.1)$$

Aqui,  $TN_{i-1}(gi)$  é a taxa de transição de árvores da camada  $(i - 1)$  para a camada  $i$ , enquanto  $TN_i(gi)$  é a taxa de transição de árvores que passam da camada  $i$  para a camada  $(i + 1)$ . Denotaremos por  $M_i(gi)$  a taxa de mortalidade das árvores na camada  $i$  e  $H_i(gi)$  a taxa de extração de madeiras na mesma camada e que representa a decisão sobre quais indivíduos serão extraídas. Nesta equação, todas as variáveis dependem do gradiente de inundação  $gi$ , fator que considera os efeitos da inundação.

As transições devem ser ativadas quando atingirem a fronteira entre uma camada e a camada adjacente superior. Definimos a ativação da transição entre as camadas pela diferença de diâmetros:

$$DD_i(gi) \equiv DM_i(gi) - D_i(gi) \quad (5.3.2)$$

onde  $DM_i(gi)$  é o diâmetro máximo da árvore na camada  $i$  e  $D_i(gi)$  é o diâmetro médio da árvore no instante em questão. Desta forma, estabelecemos:

- Se  $DD_i(gi) > 0$ , então temos  $TN_i(gi) = 0$
- Se  $DD_i(gi) \leq 0$ , então temos  $TN_i(gi) = XT_i(gi) = TS_i(gi)N_i(gi)$

Nessas condições,  $XT_i(gi)$  é o número de árvores por ano que passa da camada  $i$  para a camada  $(i + 1)$ . Isso se define, de forma mais adequada, através da taxa de transição por árvore  $TS_i(gi)$ .

O termo  $M_i(gi)$ , em (5.3.1) representa a taxa de mortalidade das árvores na camada  $i$  e pode ser escrito da forma:

$$M_i(gi) = MS_i(gi)N_i(gi) \quad (5.3.3)$$

onde  $MS_i(gi)$  é a taxa de mortalidade específica. Esta taxa de mortalidade específica depende do sombreamento devido ao número de copas vizinhas. Estatisticamente, assumimos que a interação com as árvores vizinhas envolve apenas árvores da mesma classe. Existem dois tipos de mortalidade específica, uma por fatores biológicos dada por  $MN_i(gi)$  e outra, de maior intensidade, devida ao sombreamento  $MC_i(gi)$ .

É importante ressaltar que sempre que há perda de árvores, há também uma perda de biomassa. Sendo assim, a variação da taxa de mortalidade  $M_i(gi)$  influencia diretamente na quantidade total de biomassa no ecossistema. Veremos na seção seguinte a equação e os parâmetros que tratam da biomassa das árvores em cada camada  $i$ .

Entretanto, nas áreas alagáveis da Amazônia Central, o parâmetro referente à extração de madeira  $H_i(gi)$  da equação (5.3.1) é não determinístico. Ele depende de vários fatores, tais como variação do pulso de inundação, quantidade de árvores doentes por hectare, critérios de manejo florestal impostos pelo governo, etc.

### 5.3.3 Evolução da biomassa

Do ponto de vista da ecologia, biomassa é a quantidade total de massa orgânica de um ecossistema ou de uma determinada população, quer seja animal ou vegetal.

O desmatamento das florestas leva à diminuição de biomassa que, por sua vez leva à produção de derivados da biomassa que quando sofrem combustão liberam  $CO_2$  para a atmosfera. Por outro lado, uma parte de  $CO_2$  é absorvida pelas árvores durante o processo de fotossíntese, como indica a Figura 5.4.

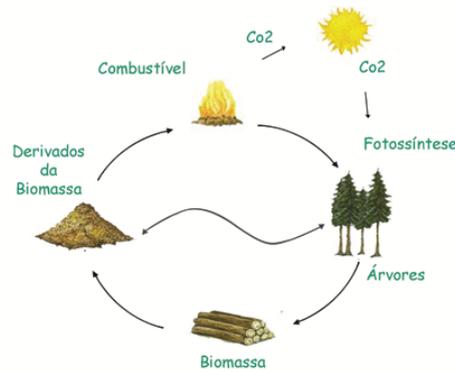


Figura 5.4: Ciclo da Biomassa.

No modelo proposto, a variação da biomassa no tempo é descrita pela seguinte equação:

$$\frac{dB_i}{dt} = PB_i(g_i) + TB_{i-1}(g_i) - TB_i(g_i) - R_i(g_i) - MB_i(g_i). \quad (5.3.4)$$

Nesta equação,  $TB_{i-1}(g_i)$  e  $TB_i(g_i)$  com  $i > 1$ , representam as taxas de transição análogas às da equação (5.3.1) para o número de árvores. Além disso,  $PB_i(g_i)$  representa a taxa de produção de biomassa associada à fotossíntese.

Entretanto, existem perdas de biomassa causadas pela respiração das árvores, com taxa  $R_i(g_i)$ , além de perdas de biomassa por galhos mortos e raízes esparsas incluídas na taxa de perda  $MB_i(g_i)$ .

A seguir, vamos avaliar cada uma dos parâmetros da equação (5.3.4).

1. A taxa  $TB_i(g_i)$  de transferência de biomassa da camada  $i$  para a camada  $(i + 1)$  está intimamente relacionada com a taxa de transição  $TN_i(g_i)$  entre as mesmas camadas, de acordo com a

seguinte expressão:

$$TB_i(gi) = BT_i(gi)TN_i(gi), \quad (5.3.5)$$

onde  $BT_i(gi)$  é a biomassa por árvore, isto é, a biomassa específica. Observamos que  $TB_i(gi)$  será nulo sempre que  $TN_i(gi)$  também for, ou seja, quando  $DD_i(gi) > 0$ . Entretanto, nem sempre um aumento de  $PB_i$  corresponde a uma transição de camadas.

2. A taxa de perda da biomassa  $MB_i(gi)$  está relacionada com a biomassa por árvore  $BT_i(gi)$  através da expressão:

$$MB_i(gi) = BT_i(gi)M_i(gi), \quad (5.3.6)$$

onde  $M_i(gi)$  é a taxa de mortalidade de árvores na camada  $i$ .

A equação (5.3.6) exhibe uma relação direta entre a mortalidade das árvores  $M_i(gi)$  e a perda da biomassa  $MB_i(gi)$ .

3. A taxa de produção de biomassa  $PB_i(gi)$ , associada à fotossíntese, depende da taxa de fotoprodução total  $PT_i(gi)$  e é dada por:

$$PB_i(gi) = PR_i(gi)PT_i(gi), \quad (5.3.7)$$

onde  $PR_i(gi)$  é o fator de eficiência. A taxa de fotoprodução total é obtida a partir da taxa de produção da camada  $i$ ,  $PS_i(gi)$ :

$$PT_i(gi) = PS_i(gi)\Delta T_i(gi), \quad (5.3.8)$$

onde  $\Delta T_i(gi)$  é uma taxa de preenchimento das copas das árvores, dada em função da projeção  $\Delta C_i(gi)$  da copa de uma única árvore da camada  $i$ :

$$\Delta T_i(gi) = \frac{\Delta C_i(gi)N_i(gi)}{10000} \quad (5.3.9)$$

se esta fração for menor que 1. Caso contrário,  $\Delta T_i(gi) = 1$ . A normalização por 10000 corresponde ao número de metros quadrados em um hectare.

### 5.3.4 Perdas por energia para respiração

É importante observar que em um determinado intervalo de tempo, durante a perda de biomassa por respiração  $R_i(gi)$ , a energia assimilada deve ser equilibrada com as perdas de biomassa por respiração e com as perdas pela biomassa que cai no solo. Para este modelo, a biomassa das árvores  $B_i(gi)$  é composta apenas de troncos, ramos, pequenos ramos ligados a ramos maiores e raízes dispersas.

A taxa de respiração  $R_i(gi)$  necessária para manter as partes de madeira da árvore é proporcional à biomassa  $B_i(gi)$  da camada  $i$ :

$$R_i(gi) = SR_i(gi)B_i(gi), \quad (5.3.10)$$

aqui,  $SR_i(gi)$  é o coeficiente de proporcionalidade correspondente à taxa de respiração da camada  $i$ . A necessidade de renovação  $PB_i(gi)$  é dada por:

$$PB_i(gi) = PR_i(gi)PT_i(gi), \quad (5.3.11)$$

sendo que  $PT_i(gi)$  é a fotoprodução total e  $PR_i(gi)$  é o fator de eficiência na camada  $i$ . A diferença  $PT_i(gi) - PB_i(gi)$  é interpretada como a parte da respiração e da renovação que está associada às folhas.

### 5.3.5 Produção de sementes

Consideraremos que a produção de sementes ocorre a intervalos regulares. Introduzimos uma função tabelada  $sp$  determinando o número de sementes produzidas por árvore em função do tempo. É importante observar que as condições climáticas adversas e o gradiente de inundação durante o período de frutificação podem abalar a germinação das sementes. Este fato pode ser incluído na função tabelada  $sp$ .

A taxa de produção  $S_i(gi)$  de sementes por hectare e por ano pode ser obtida se considerarmos apenas as árvores maduras. No caso de árvores emergentes e árvores de abóboda, ou seja, das árvores que pertencem às camadas  $i = 4$  e  $i = 5$ , é possível calcular:

$$S = S_4 + S_5, \text{ onde } S_i(gi) = N_i(gi)sp. \quad (5.3.12)$$

Falta introduzir o parâmetro  $ss$  referente à sobrevivência e à germinação das sementes. A entrada de sementes por ano e por hectare é dada pela expressão:

$$TN_0(gi) = ssS(gi). \quad (5.3.13)$$

O ganho de biomassa  $TB_0(gi)$  pelas árvores rasteiras, através do parâmetro  $BS(gi)$  é dado por:

$$TB_0(gi) = BS(gi)TN_0(gi). \quad (5.3.14)$$

A tabela a seguir contém todos os parâmetros aqui citados e que dependem das camadas. Já a Tabela 5.4 apresenta os parâmetros que são independentes das camadas. Os valores destas tabelas são genéricos pois os dados referentes às áreas alagáveis ainda estão sendo coletados.

Nome	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
$MN_i$	0,1	0,005	0,01	0,008	0,005
$MC_i$	0,5	0,5	0,2	0,15	0,1
$DM_i$	0,01	0,1	0,25	0,45	-
$BT$	0	5	10	20	50

Tabela 5.3: Parâmetros dependentes das camadas.

Nome	Valor	Unidade	Descrição
$PR_i$	0,5	-	Efic. uso energético pelas folhas
$SR_i$	0,06	$a^{-1}$	Razão perda energia, proporc. biomassa
$ss$	0,25	$a^{-1}$	Razão de sobrevivência de sementes

Tabela 5.4: Parâmetros independentes das camadas.

## 5.4 Aspectos Aleatórios

O simples modelo apresentado serve como estudo inicial para a modelagem da dispersão de qualquer espécie de árvore nas áreas alagáveis.

A novidade aqui inserida, foi a consideração das variáveis de crescimento e biomassa nas equações como funções que dependem do gradiente de inundação, fator tão característico das áreas alagáveis amazônicas.

De posse dessas informações, somos capazes de estudar os principais decisões do sistema ambiental, obtendo assim, informações que podem ser consideradas como estratégias, permitindo o tratamento do meio ambiente como um jogo.

Sendo assim, aqui os jogadores (negociadores) são os  $m$  membros do comitê  $\{C_1, \dots, C_m\}$ . Uma estratégia simples (ou uma jogada) para cada membro  $j$  do comitê é o conjunto  $S_j$ , ou o conjunto  $S_j^k$  de árvores a serem extraídas. A taxa de extração das espécies aparece como o parâmetro  $H_i(gi)$  na equação (5.3.1). As estratégias neste caso, são probabilidades associadas a cada um desses conjuntos, ou a cada um de seus elementos. Essas probabilidades são dadas anualmente e dependem de várias variáveis:

$$p(DM_i, Q_T, d_R, A_e, \mathcal{I}) \quad (5.4.15)$$

onde  $DM_i$  é o diâmetro máximo da árvore na camada  $i$ ,  $d_R$  é a distância do rio no instante da decisão,  $A_e$  representa a resistência dos argumentos dos engenheiros florestais,  $Q_T$  é a qualidade das árvores e  $\mathcal{I}$  é qualquer tipo de impedimento. A probabilidade  $p$  está positivamente relacionada com  $DM_i$  e  $Q_T$  e negativamente relacionada com  $d_R$  e  $A_e$  e é 0 se  $\mathcal{I} = 1$ .

## Exercícios

**Exercício 5.1.** *Observe cada um dos parâmetros das equações que modelam a evolução do número de troncos e biomassa das árvores na seção 5.3. Utilize livros de ecologia, dicionários e até mesmo internet para encontrar definições dos conceitos de cada parâmetro citado.*

**Exercício 5.2.** *O número de indivíduos ( $N$ ) é um conceito de percepção (e observação) imediata e relativamente fácil. O que você entende por biomassa ( $B$ ) de um indivíduo (árvore) e da população? E sobre como observá-la e medi-la?*

**Exercício 5.3.** *Por que são necessárias duas equações, uma para o número de indivíduos ( $N$ ) e outra para a biomassa ( $B$ ), para representar a dinâmica da vegetação? É possível reduzir essa representação a uma única equação?*

**Exercício 5.4.** *Como você descreveria a dinâmica da vegetação dada aqui pelas equações 5.3.1 e 5.3.4 em termos da TGS, apresentada na seção 1.3?*

**Exercício 5.5.** *Em que um modelo para o escoamento através da floresta, como contemplado no capítulo 4, pode ajudar-nos na compreensão da dinâmica da vegetação e da estrutura dos ecossistemas alagáveis?*

*Obs: Você talvez precise lembrar o conteúdo da seção 3.3 para responder a esta questão.*

**Exercício 5.6.** *Verificar as definições, segundo a Teoria dos Jogos, dos seguintes itens: jogo, jogador, recompensa e estratégias.*

**Exercício 5.7.** *Baseado na TGS e no exercício 5.4, como é que a Teoria dos Jogos poderia flexibilizar a descrição das interações entre os vários componentes do sistema ambiental?*

## Capítulo 6

# Modelagem de Sistemas Ambientais

Com a ajuda do material e exemplos vistos nos capítulos anteriores, este capítulo aprofunda os argumentos a que o prefácio faz referência.

### 6.1 Introdução

Eventos recentes reforçam a importância de encontrarmos soluções, mesmo que sub-ótimas, para problemas ambientais em tempo hábil. Isto requer compreendê-los metodicamente, de forma a poder antecipar as reações do ambiente e seu futuro. Para que este conhecimento passe a pertencer à humanidade, compete-nos fazê-lo cientificamente. Surge, portanto, a necessidade de elaboração de cenários alternativos. Eles complementam ou assumem o papel das experimentações observacionais, dada a impossibilidade de perfazer experimentações, em laboratório ou *in natura*, no estudo de fenômenos que envolvem seres e situações com memória, retornando-os ao estado anterior ao experimento.

Sistemas ambientais possuem essa característica. A isso devemos acrescentar que seu tamanho e complexidade, bem como o tempo característico de seus processos e fenomenologia, inviabilizam sua manipulação, totalmente ou em tempo hábil. Além disso, a pluralidade de

seus aspectos torna difícil discernir o contexto em que devemos compreendê-los. É nosso propósito, ao analisar neste capítulo os exemplos de modelagem ambiental que vimos, iniciar uma discussão sobre as possibilidades de desenvolvermos uma Ciência Ambiental, discussão esta que busca desvendar novos rumos necessários ao pensamento nesse mister.

## 6.2 Sistemas Ambientais

Diversas vezes, nos referimos a ecossistemas nos capítulos deste texto. Ecossistemas são entidades bastante complexas, e componentes fundamentais do meio ambiente. São, todavia, apenas um dos vários elementos dos sistemas ambientais. Grosso modo, o ambiente pode ser decomposto em 4 esferas, segundo a natureza de seu estado fundamental nas condições normais de temperatura e pressão: gás, líquido, sólido e organizado<sup>1</sup>. Quais sejam: atmosfera, litosfera, hidrosfera e biosfera; sendo a hidrosfera marcadamente subdividida nas de água salgada, doce, congelada e percolada (difundida no subsolo).

Um sistema ambiental, mesmo se confinado a uma porção da superfície terrestre, contém tudo que existe no cilindro assim delimitado, desde os limites superiores da atmosfera até uma profundidade respeitável (no solo), onde possamos desconsiderar trocas que não sejam apenas as de calor e onde não haja mais condições para a vida.

É um sistema constituído por vários módulos, delimitados segundo sua relação com as quatro esferas acima e segundo a fenomenologia envolvida: atmosfera, solos, oceano, bacias hidrográficas (rios e lagos), águas subterrâneas, biomas, biota, seres humanos, sociedade. Nem todos esses módulos ocorrem no sistema ambiental delimitado por uma dada porção da superfície do globo terrestre, e a intensidade de suas interações pode depender não apenas da localização da região considerada, como de sua extensão. Ecossistemas, todavia, são ubíquos: presentes em todos os módulos do meio ambiente.

A Figura 6.1 procura sintetizar essa pluralidade. Nela a socie-

---

<sup>1</sup>Há, na realidade, mais um estado: o plasma, ou gás de partículas, que é totalmente desorganizado.

dade humana foi distinguida visto englobar processos e fenômenos de natureza abstrata, conceitual, psicológica e decisória; razoavelmente distantes, portanto, dos usualmente considerados na biota e que, por isso, demandam um arcabouço intelectual diverso para sua compreensão. Esses módulos, por sua vez, apresentam vários aspectos, que são estudados por diferentes disciplinas científicas.

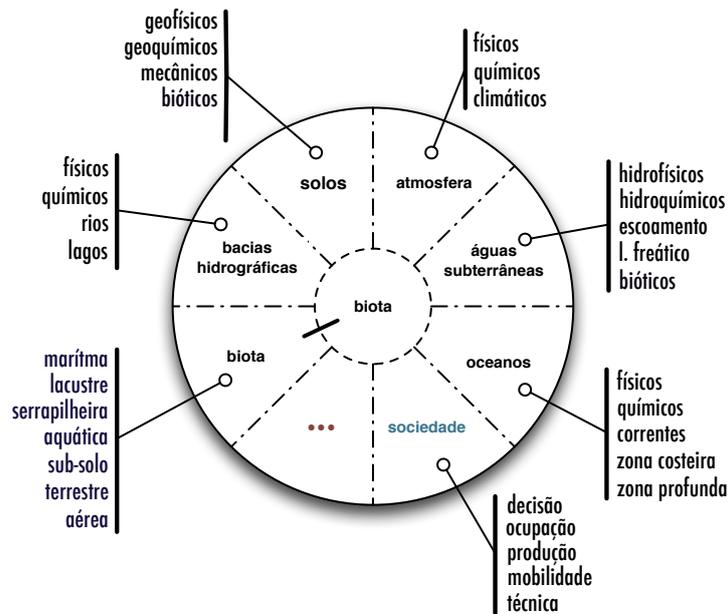


Figura 6.1: Módulos de um sistema ambiental e aspectos associados.

### 6.3 Sobre as Disciplinas Envolvidas

Por díspares que sejam, elas são científicas. Assim, todas essas disciplinas tem muito em comum [10]. Utilizam pelo menos um, com frequência ambos, dos dois principais troncos do método científico. Apesar de um estudo sobre o método científico e suas relações com estas várias disciplinas estar fora do escopo deste texto, podemos, de uma forma singela, nos referir a estes troncos principais como o método

*lógico-empírico*, com seus sistemas de verdade hipotético-dedutivos, e o de investigação através de *modelagem* e *análise de modelos*, que repousam explicitamente na abstração e desconsideração de certos elementos.

O primeiro, assume que há as verdades *empíricas*, assertivas iniciais verificáveis por observação, as verdades *lógicas*, corretamente deduzidas das primeiras. Se novas observações corroboram as estas últimas, todo o sistema de assertivas é considerado verdadeiro, e tem sua aceitação reforçada.

No segundo, alguns elementos e relações básicos são abstraídos de uma “realidade” complexa, os quais são idealizados, manipulados e analisados para compreender a estrutura dos fenômenos que ocorrem no sistema considerado. Nas disciplinas matematizadas, é comum observarmos uma estreita simbiose de ambos; particularmente quando as verdades empíricas não são mais que abstrações de regularidades em fenômenos complexos. Nesses casos, modelos praticamente equivalem às verdades empíricas iniciais do método lógico-empírico.

Assim, mesmo que utilizem uma variedade de sistemas de inferência e indução, algumas dessas disciplinas já possuem um embrião de conceitos e linguagem comuns, visto originarem de uma mesma disciplina básica. Tal é o caso da climatologia, hidrologia e oceanografia, todas com raízes na mecânica dos fluidos. Seus desenvolvimentos e modelos derivam das equações de conservação (4.3.1), e muitos de seus conceitos, do corpo básico de conceitos da mecânica dos fluidos. Contudo, como exemplificado no capítulo 4, as formulações da mecânica dos fluidos necessitam ser adaptadas às condições e perguntas particulares a cada aspecto em foco, com a eventual adição de conceitos particulares a esse aspecto ou problema, como é o caso da viscosidade canópica lá introduzida. Resultam, por vezes, em outras, cujos resultados e linguagem específico podem chegar a ser bastante distintos da originária.

Os modelos (equações) e inferências (teoremas) da mecânica dos fluidos refletem fenômenos e leis de conservação básicas, sendo por isso genéricas. Os modelos adaptados aos diferentes aspectos refletem o efeito de seus vínculos e suas condições específicas sobre as possibilidades de solução inerentes ao caso básico. Introduzem, fre-

quentemente, relações constitutivas, egressas das observações e que resumizam situações materiais bastante complexas.

Não importando, todavia, o tronco utilizado ou a distância conceitual entre as disciplinas, todas se baseiam aproximadamente no esquema de trabalho delineado na Figura 6.2, que é um dos muitos detalhamentos possíveis da Figura 1.1. Nela, **Nat** representa a natu-

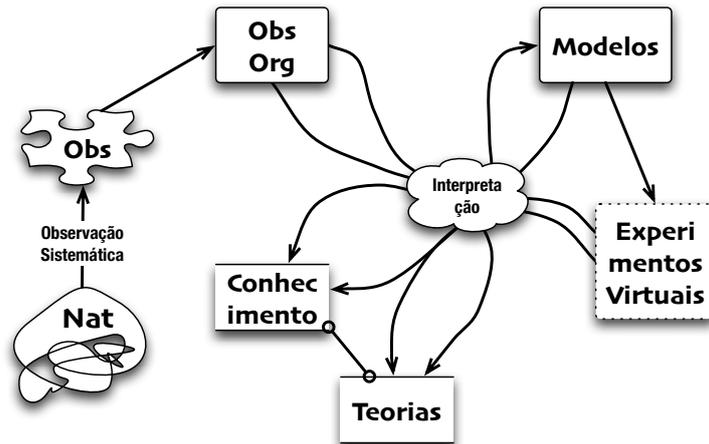


Figura 6.2: Passos na elaboração do Conhecimento Científico, visão esquemática. Ver texto para explicação dos ícones.

reza, que no presente caso são os sistemas ambientais; **Obs** observações feitas, quantitativas ou não; **Obs Org** observações organizadas de alguma forma, seja por métodos estatísticos ou outro. Importa notar que **observação sistemática** e **interpretação**, rótulos de várias vias, são atividades do pesquisador e do modelador, e não produtos ou resultados dessas atividades, e que a conexão entre **conhecimento** e **teoria** é diferente denotando o fato de que teorias são usualmente consideradas como parte do conhecimento. Neste detalhamento da Figura 1.1, o **contexto**, que afetará observações sistemáticas posteriores e sua organização, inclui todos os outros itens do diagrama: conhecimento, teoria, modelos, experimentos virtuais ou cenários alternativos (já conhecidos), e as observações já organizadas, inclusive.

## 6.4 Modelagem de Sistemas Ambientais

O segundo tronco para se elaborar conhecimento científico é o da modelagem que, como a lógica empiricista, também é antigo [20] mas só tem se difundido mais amplamente após o advento dos computadores. Nele, alguns elementos e relações básicos de uma realidade complexa são identificados e representados convenientemente de forma simplificada (seção 1.1). Tal representação deve ser feita de forma que possamos manipular e analisar os elementos e relações idealizados, a fim de discernir regularidades e entender a estrutura e o comportamento do sistema considerado. Por razões já aludidas (seção 6.1), este procedimento é obrigatório para sistemas ambientais.

Os exemplos de modelagem vistos nos capítulos 4 e 5, mesmo que relativamente simples, são suficientes para apontar alguns dos problemas centrais referentes à modelagem de sistemas ambientais. Entre outras coisas, ressaltam dois pontos. A especiação e especialização de jargões e modelos para cada um dos aspectos dos vários módulos do ambiente, e as diferentes formas de observação e descrição referentes a alguns desses aspectos.

No capítulo 4, uma dificuldade básica é o de descrever a fito-estrutura de maneira compatível com a mecânica dos fluidos. Ajudados por modelos computacionais e por uma característica ímpar da mecânica dos fluidos, a independência dimensional de seus modelos, isto está sendo obtido via experimentos computacionais e medidas de campo, tanto do fluxo d'água como da fito-estrutura. Todavia, temos disponíveis dados de apenas alguns poucos locais nas regiões alagáveis e é logisticamente muito difícil obtermos dados sobre fito-estrutura de forma extensiva. Esta observação mostra que, nas entrelinhas do exposto neste texto, há outras dificuldades de plantão. Sem muita referência, e com alguma irreverência, listamos algumas delas.

O problema de obter dados e adequá-los aos modelos, mesmo buscando inspiração na assimilação de dados corrente em Climatologia, é grande e importante. Devemos também desenvolver modelos que necessitem menos dados, devido à grande dificuldade de obtê-los. Além disso, particularmente quando se quer representar atividades humanas, há o problema de compatibilizar interpretações e métodos es-

tatísticos.

O capítulo 2, em particular as seções 2.3 e 2.4 mostram que é possível uma aproximação das descrições ecológica e matemática. E que disso podem resultar benefícios para ambas disciplinas. Todavia, o número de fatores que intervêm num ecossistema real, sem falar em uma paisagem, é enorme, quase astronômico ou molecular. Numa estimativa genérica são da ordem de  $10^{15}$ – $10^{20}$ . E, contrariamente ao que ocorre em sistemas de moléculas, não podemos classificá-los em um número razoavelmente pequeno de tipos, descrevendo o sistema em termos dos últimos. Ocorre, na realidade, o reverso: cada tipo possui um número relativamente pequeno,  $10^3$ – $10^5$ , de exemplares [27, Cap. I.1]. Assim, mesmo que a associação 2.4.3 ajude a compreender a essência de certos processos dos ecossistemas, as equações dela derivadas são inadequadas para compreender sua integração com sistemas físico-químicos que suportam a vida, bem como seu comportamento a longo prazo.

É possível descobriremos uma forma de pensar os sistemas ambientais que requeira menos observações, como a Termodinâmica que prescinde do conhecimento do estado de cada molécula? Por outro lado, é importante observar que problemas de sustentabilidade estão mais próximos a explicações do tipo “final” que “proximal”, quando buscamos elaborar formas harmônicas e sustentáveis para as interações homem-natureza, em vez de simplesmente ações corretivas. Em decorrência dessas observações, para amalgamar os vários aspectos distinguidos na Figura 6.1 num abrangente modelo ambiental, e as disciplinas que os estudam segundo as linhas da Figura 6.2 numa Ciência Ambiental, alguns avanços metodológicos se fazem necessários.

## 6.5 Ciência Ambiental

A investigação científica de problemas ambientais permanecerá como atividade multi-disciplinar até que um arcabouço intelectual específico, capaz de lidar com a pluralidade tanto de aspectos a representar como de enfoques para representá-los, seja desenvolvido. A Matemática, incluindo seus aspectos computacionais, tem aqui um papel preponde-

rante, tanto no que concerne ao desenvolvimento de modelos e teorias, como no agilizar o tratamento de dados e observações e a produção de modelos e inferências a partir destes.

Vimos na seção 1.4 que é possível desenvolver modelos, compreensão, e conhecimento sobre sistemas (no sentido da seção 1.1) de grande complexidade, em forma de mosaico. Considerando vários de seus aspectos, desenvolvendo modelos para cada um deles de forma independente, e integrando depois os modelos noutro, mais abrangente, descrevendo o sistema ambiental de uma forma mais generosa. Assim, temos pelo menos uma metodologia para estudar sistemas ambientais, mesmo que sua viabilidade atual repouse na existência de estruturas e conceitos comuns às várias disciplinas envolvidas.

Esta forma de desenvolver modelos abarca duas das esferas ambientais: atmosfera e hidrosfera. A litosfera envolve fluidos e sólidos, e sabemos bastante sobre como lidar com seus aspectos que não envolvem vida, tendo como base os paradigmas da mecânica dos fluidos e dos sólidos. Resta-nos entender como os ecossistemas (biomas), ou seja a biosfera, interage com estas três. Resta também, equacionar como a intervenção humana, fazendo uso da tecnologia, altera estas interações e os processos a elas associados. As equações (2.3.2) estabelecem um primeiro passo e a associação (2.4.3) indica uma forma de prospectar a organização intrínseca dessas interações. A Matemática, assim, revela caminhos para se buscar descrições que integrem aspectos das três esferas. Ela tem um papel importante nesta fusão, visto ajudar-nos a identificar o essencial.

Um dos problemas que pode ser atacado de forma mais imediata é o de buscar uma maior integração entre modelos e dados, acrescido de uma automatização na coleta destes dados. Isto tem por base não apenas o que já é feito em assimilação de dados mas também em avanços recentes em sensores automáticos, redes de sensores automáticos e sensoriamento remoto. Isto certamente permitirá uma coleta de mais dados, de forma mais organizada, com imediata integração e aprimoramento de modelos existentes.

Todavia, a introdução dos aspectos humanos nos modelos e a aproximação de disciplinas das áreas humanas, com a biologia e as cha-

madras ciências “duras”, requer uma reavaliação de nossos métodos de interpretação, aferição de fatos científicos e uma teoria de organizações que permita um enfoque hierárquico e uma redução drástica na quantidade de observações necessárias.

Por exemplo, como aludido acima, a conexão estabelecida nas seções 2.3 e 2.4 permite que visualizemos a interação de sistemas das quatro esferas ambientais como uma intrincada organização de processos e deslocamentos, e a intervenção humana como uma alteração nessa organização, quer simplesmente por nela introduzir-se, apenas trocando recursos, quer por efetivamente alterar a estrutura de suas interrelações de forma semelhante ao pulso de inundação (seções 3.3 e 5.2.2); isto é, introduzindo espécies ou alterando suas vias de interação. Há, contudo, pelo menos três novos aspectos ao considerarmos a interação do homem com outros elementos do meio ambiente: valores, decisão e tecnologia.

Como descrevê-los convenientemente, como introduzi-los nos modelos existentes e em suas interações, mesmo considerando apenas a TGS (seção 1.3), requer o desenvolvimento de novas estruturas matemáticas e uma revisão em nossas formas de observar [69]. A seção 5.2.1 aponta para algumas das dificuldades nesse empreendimento; a completa inserção desses três aspectos em nossa forma atual de pensar e fazer ciência é, em nosso entender, a essência do desenvolvimento de um arcabouço intelectual abrangente e de uma Ciência Ambiental.

## Exercícios

**Exercício 6.1.** *Ao estudar a Amazônia, utilizamos largamente dois tipos de medidas. A localizada, obtida em visitas ao campo e pelo emprego de estações automáticas de observação, e a distribuída, obtida via imagens de satélite e sensoriamento remoto. As primeiras podem medir mais fatores e medir em profundidade, tanto na água como na floresta; enquanto que as segundas, menos fatores e apenas as camadas mais superficiais. É possível usar informações comuns às duas para extrapolar as medidas locais em profundidade para toda a região coberta por sensoriamento remoto? Sendo possível, o quê permitiria*

*esta extrapolação?*

**Exercício 6.2.** *A Teoria do Jogos desenvolve várias formas para descrever interações entre seres humanos. Com os poucos elementos seus vistos no capítulo 5, você conseguiria sugerir uma forma de generalizar as interações entre sistemas vistas na seção 1.3 para que possamos representar a interação de um sistema assim descrito com seres humanos? Qual a característica que distinguiria essa interação das outras?*

# Bibliografia

- [1] D.S. Alves, “Taking Things Public: A Contribution to Address Human Dimensions of Environmental Change”, (doi:10.1098/rstb.2007.0020), *Phil. Trans. R. Soc. B.*, 2008.
- [2] J.K. Bathe, “Computational Fluid and Solid Mechanics”, Elsevier Science, 2003.
- [3] A. Bell, C. Macfarquhar, eds., “Encyclopædia Britannica”, Edinburgh, 1771.
- [4] J.-Y. Bèziau, M. V. Kritz, “Thèories et Modèles”. P&D Report 20/2000, LNCC/MCT, Petrópolis, 2000.
- [5] A.N. Brooks, T.J.R. Hughes, “Streamline upwind Petrov-Galerkin formulation for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.32, n.1-3, p.199-259, 1982.
- [6] M. Bulmer, “Theoretical Evolutionary Ecology”. Sinauer Associates Inc., Sunderland, MA, 1994.
- [7] G.F. Carey, J.T. Oden, “Finite Elements: Fluid Mechanics - Vol. VI”, Prentice Hall, 1986.
- [8] V. Casulli, Numerical methods for free surface hydrodynamics. “Workshop of Computational Methods for Oceanic and Atmospheric Flows”, LNCC, Rio de Janeiro, Brasil, 1995.

- [9] A. Conserva, M.T.F. Piedade, "Influence of flood-pulse and land-use on the composition of herbaceous species on a floodplain in central amazonia", *Verhandlungen - Internationale Vereinigung für Theoretische und Angewandte Limnologie*, v.26, n.3, p.994-995, 1998.
- [10] N.C. da Costa, "Lógica Indutiva e Probabilidade". IME-USP, São Paulo, SP, 1981.
- [11] J.M. da Silva, "Sustentabilidade em uma Estrutura de Sistemas Integrados". Dissertação de Mestrado, LNCC-MCT, Petrópolis, RJ, 2005.
- [12] J.M.G. de Almeida Jr., ed., "Carajás: Desafio Político, Ecologia e Desenvolvimento," CNPq-Editora Brasiliense, São Paulo, SP, 1986.
- [13] R.E. Dickinson, ed., "The Geophiology of Amazonia: Vegetation and Climate Interactions." Wiley Series in Climate and the Biosphere. John Wiley & Sons/United Nations University, New York, NY, 1987.
- [14] C. Ferreira, M.T.F. Piedade, Parolin P., K.M. Barbosa, "Tolerância de *Himatantus sucuuba* wood. (*Apocynaceae*) ao alagamento na amazônia central", *Acta Botanica Brasílica*, v.19, n.3, p.425-429, 2005.
- [15] M.S. Fonseca, J.S. Fisher, "A comparison of canopy friction and sediment movement between four species of seagrass with reference to their ecology and restoration", *Mar. Ecol. Prog. Ser.*, v. 29, p.15-22, 1986.
- [16] R.H. Gallagher, R. Glowinski, P.M. Gresho, J.T. Oden, C. Zienkiewicz, "Finite elements in fluids - Vol. 7", John Willey & Sons, 1988.
- [17] L. Gärding, "Encounter with Mathematics". Springer-Verlag, New York, NY, 1977.

- [18] A.G. Gomes, M.C. Varriale, “Modelagem de Ecosistemas”, Editora UFSM, Santa Maria, RS, 2001.
- [19] M. Griebel, T. Dornseifer, T. Neunhoeffler, “Numerical simulation in fluid dynamics - A practical introduction”, SIAM, 1998.
- [20] D. Harvey. “Population, resources, and the ideology of science”, *Economic Geography*, v. 50, p.256–277, 1974.
- [21] T.J.R. Hughes, “The Finite Element Method”. 2nd. ed., Prentice-Hall International Inc., 1997.
- [22] D.C. Ipsen, “Units, Dimensions, and Dimensionless Numbers”, New York: McGraw-Hill Book Co., 1960.
- [23] IPCC 2001, *Climate Change 2001: The Scientific Basis. Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (Houghton, J.T., Y. Ding, D.J. Griggs, M. Noguer, P.J. van der Linden, X. Dai, K. Maskell, and C.A. Johnson, eds.). Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2001.
- [24] IPCC 2007, *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (Solomon, S., D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K.B. Averyt, M. Tignor and H.L. Miller, eds.). Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2007.
- [25] G.A. Jackson, C.D. Winant, “Effects of a help forest on coastal currents”, *Cont. Shelf Res.*, v.2, n.1, p.75-80, 1983.
- [26] A.M. Jones, “Environmental Biology”, Routledge, London, 1997.
- [27] S. E. Jørgensen and F. Müller, eds, “Handbook of Ecosystems Theories and Management”, *Environmental and Ecological Modeling*, Lewis Publishers/CRC Press LLC, Boca Raton, 2000.

- [28] S.E. Jorgensen and Y.M. Svirezhev, “Towards a Thermodynamic Theory for Ecological Systems”, Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [29] W.J. Junk, “Flood tolerance and tree distribution in Central Amazonian Floodplains”, chapter Tropical Forests: Botanical dynamics, speciation and diversity, London, Academic Press, 1989.
- [30] W.J. Junk, ed., “The Central Amazon Floodplain: Ecology of a Pulsing System.” Ecological Studies, v. 126, Springer, N. York, 1997.
- [31] W.J. Junk, “General aspects of floodplain ecology with special reference too amazonian floodplains, In W. J. Junk, editor, *The Central Amazon Floodplain: Ecology of a Pulsing System.*” Ecological Studies, Springer Verlag, Berlin, 1997.
- [32] W.J. Junk, P.B. Bayley, R.E. Sparks, The flood pulse concept in river-floodplain systems, *International Large River Symposium*, 26(3), 1989.
- [33] D.W. Katzner, “Analysis without Measurement”. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- [34] A. Kaufmann. “Graphs, Dynamic Programming and Finite Games”, volume 36 of Mathematics in Science and Engineering. Academic Press, New York, NY, 1967.
- [35] M.V. Kritz, “Numerical modelling of canopy viscosity. A progress report.”, em Free boundary problems: theory and applications, vol. II (K.-H. Hoffmann and J. Sprekels, eds.), vol. 186 of Pitman Research Notes in Mathematics Series, Longman Scientific & Technical, Harlow, 1990.
- [36] M.V. Kritz, “Biological organizations”, em Proceedings of the IV Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology - BIOMAT IV (R. Mondaini, ed.), e-papers Editora, Rio de Janeiro, 2005.

- [37] M. Kritz, J.M. da Silva, “Sustainability in floodplain ecosystem - an integrated view”, In Proceedings of the V Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology - BIOMAT V (R. Mondaini, ed.), e-papers Editora, Rio de Janeiro, 2007.
- [38] M.V. Kritz, “Modeling Biological Organization — Whole-part Graphs”, em prepara  o, 2008.
- [39] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, “Fluid Mechanics”, Course of Theoretical Physics Vol. 6, Pergamon Press, 2nd. Edition, 1987.
- [40] S. Mac Lane. “Mathematics Form and Function”. Springer-Verlag, New York, NY, 1986.
- [41] M.E. McClain, “The Ecohydrology of South American Rivers and Wetlands,” International Association of Hydrological Sciences, 2002.
- [42] R.P. McIntosh. “The Background of Ecology. Concept and Theory”. Cambridge Studies in Ecology. Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- [43] I. Nedelkovski, I. Vilos, T. Geramitcioski, “Finite element solution of Navier-Stokes equations for steam flow and heat transfer”, Transactions on Engineering, Computing and Technology. v.5, 2005.
- [44] E. Novo, Tipologia das águas amazônicas aferida por sensoria-mento remoto, I Workshop do Grupo de áreas Alagáveis, Projeto GEOMA, Abril 2005.
- [45] E. P. Odum. “Ecologia”. Livraria Pioneira Editora, São Paulo, SP, 2nd edition, 1975. Traduzido por Kurt G. Hell de Ecology, Holt, Rinehart and Winston Inc., 1973.
- [46] P. Parolin, “Growth, productivity and use of trees in white water floodplains, The Central Amazon Floodplain: Actual Use and Options for a Sustainable Management”, p. 375-391. Leiden, 2000.

- [47] P. Parolin, F. Wittmann, J. Schöngardt, M.T.F. Piedade, “Amazonian várzea forests: Adaptive strategies of trees as tools for forest management”, *Ecologia Aplicada*, v.3, n.1-2, 2004.
- [48] M.T.F. Piedade, W.W. Junk, P. Parolin, “The flood pulse and photosynthetic response of trees in a white water floodplain (várzea) of central amazon, Brazil”, *Verhandlungen der Internationale Vereinigung für Limnologie*, v.27, p.1734-1739, 2000.
- [49] M.T.F. Piedade, *Comunicação Privada*, 2006.
- [50] G.T. Prance, T.E. Lovejoy, eds., “Amazonia. Key Environments”. Pergamon Press, Oxford, 1985.
- [51] H.L. Queiroz, “Modelagem da distribuição e abundância da biodiversidade aquática das florestas alagadas das reservas Mamirauá e Amanã”, *Workshop sobre Áreas Alagáveis*, 2005.
- [52] L.A. Real, J.H. Brown, eds., “Foundations of Ecology: Classic Papers with Commentaries”, University of Chicago Press, Chicago, 1991.
- [53] Repositório do Projeto LBA, <http://lba.inpa.gov.br/>, 2008. [Online; accessed 03-maio-2008].
- [54] Reserva de Desenvolvimento Sustentável Mamirauá, <http://www.mamiraua.org.br>, 2008. [Online; accessed 26-Abril-2008].
- [55] E. Salati, W. J. Junk, H.O.R. Shubart, A.E. de Oliveira, “Amazônia: Desenvolvimento, Integração e Ecologia.” São Paulo, SP, 1983.
- [56] G. Schmidt and T. Ströhlein. “Relations and Graphs: Discrete Mathematics for Computer Scientists”. EACTS Monographs on Theoretical Computer Science. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [57] J. Schöngart, “Biomass increment, dynamics and modelling of the growth of white water floodplain”, PhD thesis, University of Göttingen, 2003.

- [58] J. Schöngart, M.T.F. Piedade, J.J. Wolfgang, J.M. Ayres, Hüttermann A., M. Worbes, “Teleconnection between tree growth in the amazonian floodplains and the el niño-southern oscillation effect”, *Global Change Biology*, v.10, p.683-692, 2004.
- [59] J. Schöngart, Comunicação privada, 2006.
- [60] H.O.R. Shubart, “Dinâmica de ecossistemas”, em J.M.G. de Almeida, editor, *Carajas: desafio político, ecologia e desenvolvimento*, Editora Brasiliense, 1986.
- [61] H. Sioli, ed., “The Amazon: Limnology and Landscape Ecology of a Mighty Tropical River and its Basin”, *Monographiae Biologicae*, vol. 56, Dr W. Junk Publishers — Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1984.
- [62] L.E. Sissom, D.R. Pitts, “Fenômenos de Transporte”, LTC Editora, 1979.
- [63] N.L.G. Somes, W.A. Bishop, T.H.F. Wong, “Numerical simulation of wetland hydrodynamics”, *Environment International*, v.25, n. 6-7, p. 773-779, 1999.
- [64] C.E. Tucci, “Hidrologia. Ciência e Aplicação”, ABRH, Ed. UFRGS, terceira edição, 1996.
- [65] C.E. Tucci, “Modelos Hidrológicos”, ABRH, Ed. UFRGS, primeira edição, 1998.
- [66] R.E. Ulanowicz. “Identifying the structure of cycling in ecosystems”. *Mathematical Biosciences*, 65:219? 237, 1983.
- [67] L. Von Bertalanffy, “General Systems Theory”. Allen Lane – The Penguin Press, London, 1971.
- [68] G.E. Weber, “Modelling Nutrient Fluxes in Floodplain Lakes, em *The Central Amazon Floodplain: Ecology of a Pulsing System*” (Wolfgang J. Junk, ed.), *Ecological Studies* v. 126, Springer, Berlin, 1997.

- [69] K.H. Whiteside, "System theory and skeptical humanism in french ecological thought". *Policy Studies Journal*, v.26, n.4, p.636, 1998.
- [70] F. Wittmann, J. Schöngart, (Montero) T. Motzer, W.J. Junk, M.T.F. Piedade, H.L. Queiroz, M. Worbes, "Tree Species composition and diversity gradients in white-water (...) across the amazon basin", *Biogeography*, v.33, n.8, p. 1334-1347,2006.
- [71] M. Worbes, H. Klinge, J.D. Revilla, C. Martius, On the dynamics, floristic subdivision and geographical distribution of várzea forests in central amazonia. *Vegetation Science*, v.3, 553-564,1992.
- [72] M. Worbes, W.J. Junk, M.T.F. Piedade, "Geological controls on elemental fluxes in communities of higher plants in amazonian floodplains", *The Biogeochemistry of the Amazonian Basin*, p. 209-234, 2001.
- [73] L.A. Zadeh, "The Concepts of System, Aggregate, and State in Systems Theory" em *System Theory* (L.A. Zadeh and E. Polak, eds.), *Inter-University Electronics Series* vol. 8, TATA McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., Bombay, New Delhi, p. 3-42, 1969.
- [74] O.C. Zienkiewicz, K. Morgan, "Finite Elements and Approximation", *Wiley and Sons, Inc.*, 1983.

# Índice

- Águas Amazônicas
  - classificação das, 45, 47
- Áreas Alagáveis, 45–47, 49, 51, 52, 65, 66, 70
  - descrição da vegetação, 71
  - modelos, 78
- Anéis de crescimento, 70
- Biodiversidade, 28, 44, 47
- Bioma, 28, 32, 34, 42, 43, 45, 80
- Biomassa, 47, 71–73, 77
- Biomassa específica, 74
- Biota, 43, 80
- Célula, 32
- Campo
  - de pressão, 51
  - de velocidades, 51
- Ciência Ambiental, 79, 84
- Contexto, 18–20, 28, 38, 39, 79
- Corredor da seca, 44
- Decisões, 86
  - do jogador, 68, 72, 77
  - do modelador, 65
  - políticas, 67, 68
- Decisões
  - do modelador, 28
  - decisões, 18
- Desenvolvimento de modelos, 18, 19, 26, 55, 85
- Desmatamento, 55, 73
- Dinâmica, 36, 38, 44, 67
  - da água, 51
  - da vegetação, 72, 77, 78
  - de ecossistemas, 67
  - de florestas, 66, 71
  - dos ecossistemas, 47
  - dos nutrientes, 51
- Dinâmica, 17, 30
- Ecologia, 32–34, 73, 77
- Ecossistema, 28, 32, 33, 35, 37, 39, 40, 47, 49, 84
- Entradas, 23, 24, 52
- Equações
  - Constitutivas, 34
  - de conservação, 82
  - de continuidade, 53
  - de Euler, 53
  - de Navier-Stokes, 51, 53–55, 62
- Escala, 17, 19, 58, 60, 71
- Escoamento, 53, 78
  - de fluidos, 19, 51, 53
  - incompressível, 63

- incompressível, 54, 62
- laminar, 54, 63
- Estímulo, 23, 24, 28
- Estado, 21–23, 30, 39
  - espaço de, 21, 34, 39
  - variáveis de, 34, 35, 39
  - variáveis de, 21, 23, 30
- Estados da natureza, 25
- Extração de madeira, 68
- Extração de madeira, 66–68, 72, 73
- Fatores
  - aleatórios, 70
  - ambientais, 35, 44, 48, 49, 52, 66, 67, 70, 73
  - sociais, 49
- Fitoestrutura, 61
- Floresta Amazônica, 44, 45, 71
- Florestas tropicais, 44
- Fluidos
  - ideais, 53
  - reais, 53
- Geração de Modelos, 18
- Geração de modelos, 20
- Gestão ambiental, 66, 70
- Grafo, 36–39
- Hidrodinâmica, 52
- Igapó, 44, 47
- Informação, 22
- Interação homem-natureza, 29
- Interação homem-natureza, 37, 65, 66, 68, 86
- Interação homem-natureza, 17
- Método
  - dos Elementos Finitos, 56
- Métodos
  - de aproximação, 55
- Madeira
  - branca, 70
  - pesada, 70
- Mamirauá
  - Instituto de Desenvolvimento Sustentável (IDSMS), 65
  - Reserva de Desenvolvimento Sustentável, 65
  - Reserva de Desenvolvimento Sustentável (RDSMS), 66
- Matemática
  - Computacional, 20
  - Contínua, 20
  - Discreta, 20, 30
- Mecânica dos fluidos, 51, 52, 54, 82, 83, 85
- Migração de populações, 47, 66, 67
- Modelagem, 58, 66, 81
  - Computacional, 51, 55
- Modelo, 18–22, 29, 30, 53, 66, 71, 73, 77, 84
  - computacional, 20, 52
  - matemático, 51, 52, 54
  - matemático, 20
- Número de Reynolds, 54, 62
- Observação, 77, 81–83
- Observação, 17, 19, 20, 23
- Organismos, 32, 33, 43
- Paisagem, 26, 28, 35, 43, 84

- amazônica, 43, 44, 46, 47
- Perturbação, 60
- Populações, 34, 36, 40, 45, 67, 69
- Preservação, 28
- Produção, 71
  - processos, 66
  - sementes, 75
  - sistema, 67
  - sistemas, 47
- Produção
  - processos, 17
- Pulso de inundação, 44–46
- Recursos naturais, 17, 28, 35, 65–67
- Rede trófica, 36, 39, 46
- Relações humanas, 17
- Resposta, 23, 24
  
- Simplificação dos modelos, 56
- Simplificação dos modelos, 17, 21
- Sistemas, 22, 23, 28, 32, 66
  - ambientais, 21, 25, 26, 28, 49, 79, 80, 82–85
  - classificação de, 22
- Subsistemas, 25
- Sustentabilidade, 17, 27–29, 47, 49, 84
  
- Taxa de respiração, 75
- Teoria dos Jogos (TJ), 67, 78, 86
- Teoria Geral de Sistemas (TGS), 23–27, 78, 86
- Terra firme, 44, 47, 49, 69, 70
  
- Várzea, 44, 69, 70
- Varição topográfica, 52
  
- Vegetação
  - camadas da, 71, 72
  - classificação da, 71
  - troncos, 52, 58, 60, 75, 77
  - troncos da, 72
- Verdades
  - empíricas, 81, 82
  - lógicas, 81
- Vetores de fluxo, 53
- Viscosidade
  - canópica, 58, 60, 82
  - cinemática, 55
  - dinâmica, 62